Anais do Congresso Brasileiro de Patologia das Construções
CBPAT2016

Abril de 2016
ISSN 2448-1459

ANÁLISE DA FLUÊNCIA EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO

J. M. BARBOSA
Estudante
Universidade Católica de Brasília
Distrito Federal; Brasil
joaomarcos.jmb13@gmail.com

W. M. RODRIGUES
Estudante
Universidade Católica de Brasília
Distrito Federal; Brasil
wesley.mrodrigues@catolica.edu.br

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo sobre a fluência em vigas de concreto armado, desenvolvendo um método de estimativa em que são considerados diversos fatores que influenciam no aumento da deformação ao longo do tempo. Para uma análise mais precisa das flechas, este método utilizou uma modelagem numérica, por meio das curvaturas em seções discretizadas, levando-se em consideração as características das vigas nos estádios de deformação. Como parâmetro comparativo, os resultados foram obtidos com as mesmas premissas, pelo método simplificado utilizado pela NBR 6118:2014 para cálculo de flechas diferidas no tempo. A integração numérica demonstrou ser satisfatória quando comparada ao do modelo simplificado da norma, refletida na variação percentual. Os resultados evidenciam que a deformação por fluência deve ser avaliada para cada situação, sendo que as características físicas e geométricas, condições ambientais e composição do concreto, influenciam diretamente na sua determinação.
Palavras-chave: fluência, deformações lineares, integração numérica.

ABSTRACT

This work presents a study about the creep of reinforced concrete beams, developing an estimation method that takes into account various factors that influence the increase of deformation over time. In order to do an accurated deflection analysis, this method used a numerical model, through bends in discretized sections, taking into account the characteristics of beams in deformation states. As a comparative parameter, the results were obtained with the same assumptions, for the simplified method used by the NBR 6118:2014 for the calculation of long-term deflections. The numerical integration has proven to be satisfactory when compared to the simplified model of the standard, reflected in the percentage rate. The results show that the creep deformations should be evaluated for each situation since the physical and geometric characteristics, environmental conditions and concrete composition, directly influence their determination.
Keywords: Creep, linear deformations, numerical integration.

1. INTRODUÇÃO

A consideração do aumento das deformações imediatas em vigas de concreto armado pode ser avaliada por meio de um modelo simplificado de cálculo utilizado pela Associação Brasileira de Normas Técnicas - NBR 6118:2014, que estima o valor da flecha adicional, decorrente de cargas de longa duração.

O estudo da fluência no concreto permite uma análise mais realista das deformações lineares à que a estrutura está submetida ao longo do tempo. O aumento dessas deformações é considerado por meio do coeficiente de fluência, que está intimamente correlacionado com as condições ambientais como temperatura e umidade; características físicas e geométricas do elemento; e da composição do concreto como tipo de cimento, consumo de água e aditivos.
A verificação das deformações em vigas tem como objetivo evitar que problemas decorrentes afetem o funcionamento dos elementos associados à estrutura, como caixilharia, e efeitos negativos referentes à estética. Em razão disso, este trabalho desenvolverá um estudo em vigas de concreto armado considerando os materiais e o clima na região do Distrito Federal. Será feita a implementação numérica de um modelo de estimativa baseado na NBR 6118:2014 para consideração das deformações imediatas no Estádio II e por fluência.

Abril de 2016
ISSN 2448-1459

2. MATERIAL E MÉTODOS

2.1 Características gerais

O estudo proposto consiste em analisar três vigas fictícias de concreto armado simplesmente apoiadas, dimensionadas de acordo com a NBR 6118:2014. As vigas foram divididas em 21 seções espaçadas uniformemente, para uma análise mais precisa da variação das características nos estádios de deformação.

A norma indica 30 milímetros de cobrimento nominal para proteção da armadura em ambientes de Classe de Agressividade II. Para todas as vigas o aço utilizado foi CA50 e classe de resistência do concreto C30, utilizando calcário como agregado graúdo (α_E =0,90 e α_i = 0,88). O abatimento do concreto (*slump*) considerado foi de 100 ± 20 milímetros.

A umidade relativa utilizada foi de 64% e representa a média aproximada do Distrito Federal entre o período 30/06/2010 a 30/06/2015 (5 anos), segundo dados do Instituto Nacional de Meteorologia - INMET.

As vigas apresentam as propriedades mecânicas indicadas na Tabela 1, calculadas conforme disposto na NBR 6118:2014.

Tabela 1: Propriedades mecânicas.

f_{ck}	3,00 kN/cm²
f_{yk}	50,00 kN/cm²
$f_{ct,m}$	0,29 kN/cm²
E_{ci}	2760,52 kN/cm²
E_{cs}	2415,46 kN/cm²
E_s	21000,00 kN/cm²

Sendo:

f_{ck} = Resistência característica à compressão do concreto;
f_{yk} = Resistência característica ao escoamento do aço;
$f_{ct,m}$ = Resistência média à tração do concreto;
E_{ci} = Módulo de elasticidade tangente inicial;
E_{cs} = Módulo de deformação secante do concreto;
E_s = Módulo de elasticidade do aço.

2.2 Carregamentos

Foi considerado um valor padrão para a ação permanente (g_1) nas vigas, que representa o peso dos elementos construtivos fixos, como paredes, cargas provenientes das lajes e o peso próprio das vigas. Foi utilizada também uma carga de ação variável (q_1) que corresponde às cargas acidentais durante a construção.

Os valores dos carregamentos utilizados para cálculo e verificação das três vigas são mostrados na Tabela 2.

Tabela 2: Carregamentos.

Carregamento permanente (g_1)	27,5 kN/m
Carregamento variável (q_1)	18 kN/m

Abril de 2016
ISSN 2448-1459

2.3 Combinações de serviço

O cálculo das solicitações de serviço para verificação das vigas segue as combinações dispostas na Tabela 11.4 da NBR 6118:2014.

2.3.1 Combinação quase permanente - CQP

A análise da peça em serviço, para a verificação de deformações excessivas como forma de aceitabilidade sensorial, se deu por uma Combinação Quase Permanente de Serviço, demonstrada na Equação (1).

$$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + \sum (\psi_{2j} F_{gj,k}) \quad (1)$$

Onde:

$F_{d,ser}$ = Valor de cálculo das ações para combinações de serviço;
ψ_2 = Fator de redução de combinação quase permanente para ELS.

A ação variável é considerada com seu valor quase permanente, ponderada pelo coeficiente ψ_2 = 0,4, para locais com predominância de carregamentos fixos por longos períodos de tempo, conforme disposto na Tabela 11.2 da NBR 6118:2014. O valor da combinação é portanto, $F_{d,ser}$ = 34,7 kN/m.

2.3.2 C*ombinação rara - CR*

A combinação rara refere-se às ações que se repetem algumas vezes durante a vida útil da estrutura. A ação variável principal é tomada com seu valor característico sem coeficiente de minoração. Normalmente é utilizada a combinação rara para verificação dos estados limites de descompressão e abertura de fissuras.

2.3.3 *Combinação frequente - CF*

Esta combinação refere-se às ações que se repetem diversas vezes ao longo da vida útil da estrutura, razão pela qual a ação variável principal é tomada como um valor frequente, ponderada pelo coeficiente $\psi 1$.

É normalmente utilizada para verificação dos estados limites de compressão excessiva, vibrações excessivas e abertura de fissuras.

2.4 Propriedades geométricas das vigas

As propriedades geométricas das vigas, apresentadas na Tabela 3, atenderam às recomendações da NBR 6118:2014 no que se refere aos critérios de dimensionamento e segurança.

Tabela 3: Propriedades geométricas.

	Viga 1	Viga 2	Viga 3
L	5,00 m	7,00 m	9,00 m
b_w	0,20 m	0,28 m	0,36 m
h	0,50 m	0,70 m	0,90 m
c	0,03 m	0,03 m	0,03 m
d	0,45 m	0,65 m	0,85 m
I	208333,33 cm^4	800333,33 cm^4	2187000,00 cm^4

Abril de 2016
ISSN 2448-1459

Sendo:

L = Distância entre apoios;
bw = Base da seção transversal;
h = Altura da seção transversal;
c = Cobrimento da armadura;
d = Distância da face superior ao centro geométrico do arranjo de armadura de tração;
I = Momento de inércia da seção bruta de concreto.

2.5 Detalhamento da armadura longitudinal

2.5.1 *Viga 1*

As seções discretizadas da Viga 1 estão espaçadas em 25 centímetros, e a distribuição da área efetiva de aço ao longo das mesmas está representada na Figura 1 e Tabela 4.

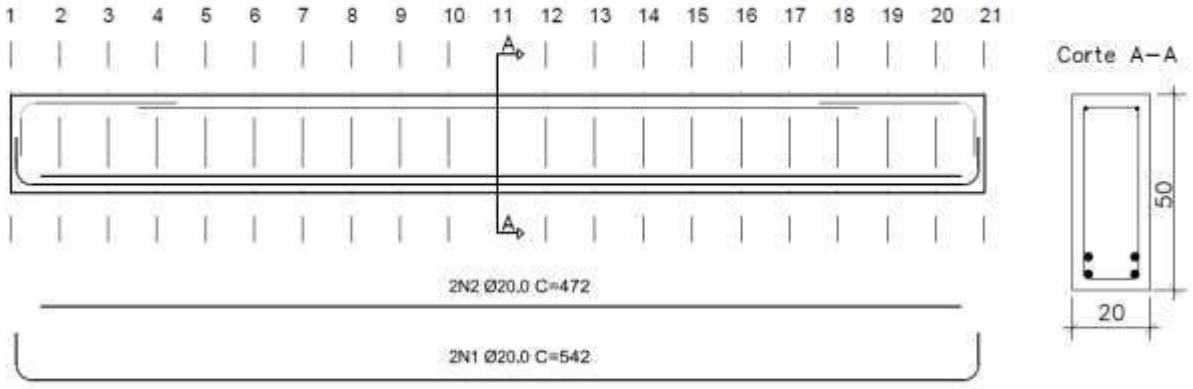


Figura 1: Detalhamento da Viga 1. Fonte: Elaborado pelos autores.

Tabela 4: Distribuição da área de aço efetiva.

Seções	$A_{s,ef}$ (cm²)
1 à 21	12,57

2.5.2 *Viga 2*

A viga 2 apresenta seções espaçadas em 35 centímetros, e a distribuição da área de aço está representada na Figura 2 e Tabela 5.

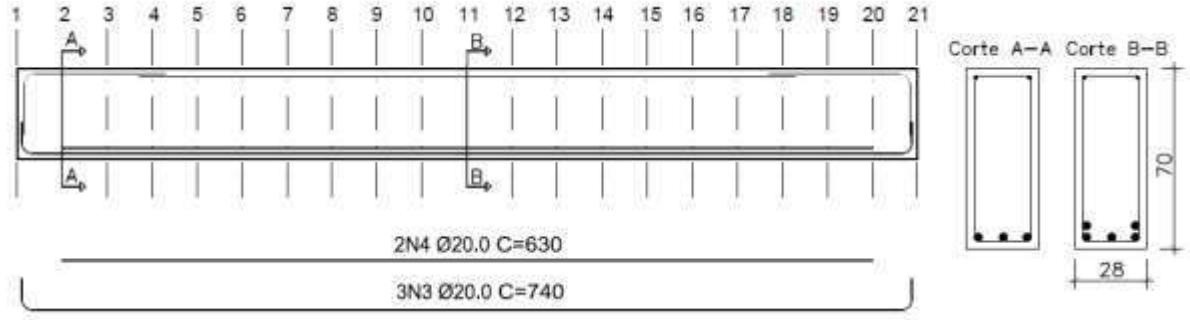


Figura 2: Detalhamento da Viga 2. Fonte: Elaborado pelos autores.

Tabela 5: Distribuição da área de aço efetiva.

Seções	$A_{s,ef}$ (cm²)
1 à 2	9,42
3 à 19	15,71
20 à 21	9,42

2.5.3 *Viga 3*

As seções da Viga 3 estão espaçadas em 45 centímetros. A Figura 3 e a Tabela 6 apresentam a distribuição da área de aço efetivo ao longo da viga.

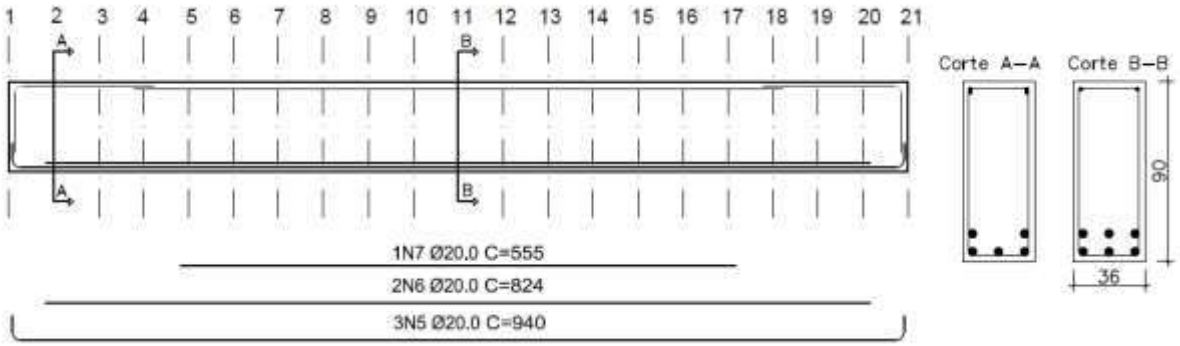


Figura 3: Detalhamento da Viga 3. Fonte: Elaborado pelos autores.

Tabela 6: Distribuição da área de aço efetiva.

Seções	$A_{s,ef}$ (cm²)
1 à 4	15,71
5 à 17	18,85
18 à 21	15,71

2.6 Momento de inércia efetivo

As seções das vigas trabalham no Estádio I ou Estádio II quando são solicitadas pelas ações de serviço e, por isso, a rigidez é substancialmente afetada, tornando-se necessário obter a caracterização dos momentos de inércia nas seções discretizadas das vigas, em que há variação da área de aço efetiva. [1]

A inércia efetiva em cada seção foi obtida pelo modelo simplificado de Branson, que relaciona as inércias no Estádio I e Estádio II, com o momento atuante em cada seção e o momento de fissuração, segundo a Equação (2). [2]

Abril de 2016
ISSN 2448-1459

$$I_{ef} = \left(\frac{M_r}{M}\right).I_I + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M}\right)^n\right].I_{II} \quad (2)$$

Sendo:

I_{ef} = Momento de inércia efetivo;
I_1 = Momento de inércia no Estádio I;
I_2 = Momento de inércia no Estádio II;
M_r = Momento crítico de fissuração;
M = Momento atuante na seção;
n = Coeficiente de valor igual a 4, quando se trata de uma avaliação em seções distintas da peça, ou valor igual a 3 quando a avaliação ocorre ao longo de todo seu comprimento. Portanto, neste trabalho o coeficiente adotado foi igual a 4.

O momento foi definido para cada seção segundo a Equação (3), para vigas simplesmente apoiadas com carregamentos uniformemente distribuídos.

$$M_i = \frac{F_{serv}.L.X_i}{2} - \frac{F_{serv}.X_i^2}{2} \quad (3)$$

Sendo:

M_i = Momento fletor na seção "i";
F_{serv} = Carga de verificação na CQP;
L = Comprimento da viga;
X_i = Comprimento até a seção considerada, a partir do início da viga.

O momento de fissuração foi calculado segundo procedimento descrito no item 17.3.1 da NBR 6118:2014, de acordo com a Equação (4).

$$M_r = \frac{\alpha.f_{c,tm}.I_I}{y_t} \quad (4)$$

Onde:

M_r = Momento de fissuração;
α = Fator que depende do formato da seção transversal (1,5 para seções retangulares);
y_t = Distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;
$f_{ct,m}$ = Resistência média a tração do concreto;
I_I = Momento de inércia da seção homogeneizada no Estádio I.

Com base na Equação (3) e Equação (4), a Tabela 7 sintetiza os valores para as três vigas.

Tabela 7: Momentos atuantes e momentos de fissuração.

Seção	Momentos (kN.m)		
	Viga 1	Viga 2	Viga 3
1	0,00	0,00	0,00
2	20,60	40,38	66,75
3	39,04	76,51	126,48
4	55,30	108,39	179,18
5	69,40	136,02	224,86
6	81,33	159,40	263,50
7	91,09	178,53	295,12
8	98,68	193,41	319,72
9	104,10	204,04	337,28
10	107,35	210,41	347,82
11	108,44	212,54	351,34
12	107,35	210,41	347,82
13	104,10	204,04	337,28
14	98,68	193,41	319,72
15	91,09	178,53	295,12
16	81,33	159,40	263,50
17	69,40	136,02	224,86
18	55,30	108,39	179,18
19	39,04	76,51	126,48
20	20,60	40,38	66,75
21	0,00	0,00	0,00
Momento de fissuração (kN.m)	**46,74**	**120,33**	**245,77**

Para seções em que o momento fletor é menor que o momento de fissuração, a seção trabalha no Estádio I. A partir do momento de fissuração, a seção entra no Estádio II. As células destacadas na Tabela 7 indicam as seções que se encontram no Estádio II.

O cálculo da posição da linha neutra no Estádio I (x_1) e no Estádio II (x_2), assim como seus referentes momentos de inércia (I_I e I_{II}), foram calculados por meio da Equação (5), Equação (6), Equação (7) e Equação (8), respectivamente. [1]

$$x_1 = \frac{\frac{b.h^2}{2} + (\alpha_E - 1).A_s.d}{b.h + (\alpha_E - 1).A_s} \quad (5)$$

$$x_2 = \frac{-(\alpha_E.A_s) + \sqrt{(\alpha_E.A_s)^2 - 2.b_w.(-d.\alpha_E.A_s)}}{b_w} \quad (6)$$

$$I_I = \frac{b_w h^3}{12} + b_w.h.\left(x_1 - \frac{h}{2}\right)^2 + A_s.(\alpha_E - 1).(x_1 - d)^2 \quad (7)$$

$$I_{II} = \frac{b_w.x_2^{\,3}}{3} + \alpha_E.A_s.(x_2 - d)^2 \quad (8)$$

Sendo:

x_1 = Posição da linha neutra no Estádio I;
x_2 = Posição da linha neutra no Estádio II;
I_I = Momento de inércia Estádio I;
I_{II} = Momento de inércia Estádio II;
α_E = Coeficiente de homogeneização da seção (α_E = Es/Ecs).

A Tabela 8 indica as variações da posição da linha neutra e momentos de inércia correspondentes a cada seção. As células destacadas indicam as seções que se encontram no Estádio II.

Tabela 8: Linha neutra e momento de inércia.

Seção	Viga 1		Viga 2		Viga 3	
	Linha neutra	Inércia	Linha neutra	Inércia	Linha neutra	Inércia
1	26,97	247740,27	36,20	871084,83	46,62	2396692,96
2	26,97	247740,27	36,20	871084,83	46,62	2396692,96
3	26,97	247740,27	36,95	915249,94	46,62	2396692,96
4	17,38	118367,82	36,95	915249,94	46,62	2396692,96
5	17,38	118367,82	20,77	915249,94	46,93	2436586,98
6	17,38	118367,82	20,77	915249,94	23,64	775558,55
7	17,38	118367,82	20,77	915249,94	23,64	775558,55
8	17,38	118367,82	20,77	915249,94	23,64	775558,55
9	17,38	118367,82	20,77	915249,94	23,64	775558,55
10	17,38	118367,82	20,77	915249,94	23,64	775558,55
11	17,38	118367,82	20,77	915249,94	23,64	775558,55
12	17,38	118367,82	20,77	915249,94	23,64	775558,55
13	17,38	118367,82	20,77	915249,94	23,64	775558,55
14	17,38	118367,82	20,77	915249,94	23,64	775558,55
15	17,38	118367,82	20,77	915249,94	23,64	775558,55
16	17,38	118367,82	20,77	915249,94	23,64	775558,55
17	17,38	118367,82	20,77	915249,94	46,93	2436586,98
18	17,38	118367,82	36,20	915249,94	46,62	2396692,96
19	26,97	247740,27	36,20	915249,94	46,62	2396692,96
20	26,97	247740,27	36,95	871084,83	46,62	2396692,96
21	26,97	247740,27	36,95	871084,83	46,62	2396692,96

2.7 Deformações internas em vigas à flexão simples

2.7.1 Deformação total considerada

Segundo Neville e Brooks (2013, p. 212), "a fluência é definida como o aumento da deformação sob uma tensão mantida constante ao longo do tempo após terem sido consideradas outras deformações dependentes do tempo". [3] Em vigas fletidas, as deformações nas fibras superiores comprimidas são aumentadas, causando um deslocamento da linha neutra e um novo arranjo das tensões internas na peça, como mostra a Figura 4.

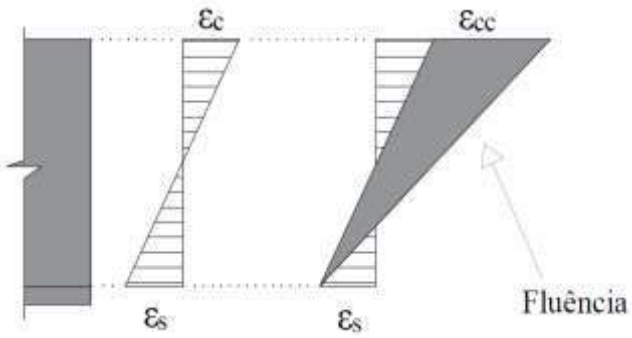


Figura 4: Representação das deformações. Fonte: Elaborado pelos autores.

Conforme observado da Figura 4, a deformação total na região superior comprimida é obtida pela soma da deformação imediata e da deformação por fluência, de acordo com a Equação (9).

$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon_c + \varepsilon_{cc} \tag{9}$$

Onde:

εtot = Deformação total considerando apenas o efeito da fluência;
εc = Deformação imediata nas fibras superiores;
εtot = Deformação por fluência.

2.7.2 Deformações imediatas

As deformações internas dependem do momento fletor atuante na seção, da distância da linha neutra às fibras, mais comprimidas ou mais tracionadas, e também do momento de inércia efetivo na seção considerada, de acordo com a Equação (10) [4]. A distância até as fibras mais tracionadas foi tomada como a distância até a posição da armadura.

$$\varepsilon = \frac{M.y}{E_{cs}.I_{(1/r)}} \tag{10}$$

Sendo:

ε = Deformação específica nas fibras superiores, ou inferiores;
M = Momento fletor atuante na seção;
y = Distância da linha neutra à fibra mais comprimida, ou em relação à posição da armadura;
E_{cs} = Módulo de elasticidade secante do concreto;
$I_{(1/r)}$ = Momento de inércia no estádio determinado pela curvatura da seção.

2.7.3 Deformação por fluência

Foi obtida multiplicando-se a deformação imediata, por um coeficiente de fluência, segundo a Equação (11), conforme Anexo A da NBR 6118:2014.

Abril de 2016
ISSN 2448-1459

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \frac{\sigma_c}{E_c} . \varphi(t, t_0) \quad (11)$$

Sendo:

σ_c = Tensão de compressão no concreto;
E_c = Módulo de elasticidade;
$\varphi\ (t,t_0)$ = Coeficiente de fluência em função do tempo.

O cálculo do coeficiente de fluência foi feito de acordo com o item A.2.2.3 do Anexo A da NBR 6118:2014, o qual depende das características geométricas do elemento, da umidade relativa e temperatura do ambiente, *slump,* tipo de cimento e o intervalo de tempo considerado entre o início do carregamento e o instante considerado para análise.

Para o cálculo da tensão de compressão característica em cada seção, foi utilizada uma relação linear com a deformação, já que no estudo, as vigas trabalham no Estádio I ou no Estádio II. [1]

2.8 Consideração das deformações para modelagem numérica

A curvatura pode ser expressa em função das deformações que ocorrem nas regiões, comprimidas e tracionadas, de cada seção transversal. Segundo a NBR 6118:2014, pela hipótese básica da solidariedade dos materiais, as deformações específicas na armadura em tração são iguais às deformações específicas do concreto em seu entorno.

O cálculo da curvatura foi definido, conforme a Equação (12), para uma seção armada. [5]

$$\frac{1}{r} = \frac{|\varepsilon_s| + |\varepsilon_{tot}|}{d} \quad (12)$$

Sendo:

1/r = Curvatura na seção considerada;
ε_s = Deformação nas fibras inferiores tracionadas, em módulo;
ε_{tot} = Deformação total nas fibras superiores comprimidas, em módulo;
d = Altura útil da seção.

A integração da curvatura em uma determinada seção fornece a inclinação da curva de deflexão neste ponto. Do mesmo modo, o desenvolvimento da integral da equação de inclinação fornece a deformação linear nesta seção considerada (LEITE, 2015).

Foi utilizado então um processo numérico aproximado para obtenção das integrações sequenciais. A Regra do Trapézio repetida é aplicada para uma função definida em um dado intervalo, e permite por meio da discretização de seções, o cálculo da área aproximada para esta função. [6]

A inclinação da curva de deflexão foi calculada por meio da Equação (13).

$$\theta = \theta_0 + \frac{\left(1/r + 1/r_0\right).\Delta x}{2} \quad (13)$$

Sendo:

θ = Inclinação da curva de deflexão da seção considerada;
θ_0 = Inclinação da curva de deflexão da seção anterior;
1/r = Curvatura da seção considerada;
$1/r_0$ = Curvatura da seção anterior;
Δx = Variação de comprimento entre as seções consideradas.

Do mesmo modo, foi obtida a deformação linear em cada seção, e por consequência a flecha no meio do vão, por meio da Equação (14).

Abril de 2016
ISSN 2448-1459

$$y = y_0 + \frac{(\theta + \theta_0).\Delta x}{2} \quad (14)$$

Onde:

y = Deformação linear da seção considerada;
y_0 = Deformação linear da seção anterior;
θ = Inclinação da curva de deflexão da seção considerada;
θ_0 = Inclinação da curva de deflexão da seção anterior;
Δx = Variação de comprimento entre as seções consideradas.

Vigas simplesmente apoiadas apresentam condições de contorno bem definidas, possuindo em seus apoios deformação linear igual a zero, assim como a inclinação no meio do vão. Essas considerações facilitaram o desenvolvimento do modelo de integração.

2.9 Método simplificado proposto pela NBR 6118:2014

2.9.1 Cálculo da flecha diferida no tempo para vigas de concreto armado

O modelo simplificado da norma propõe uma rigidez equivalente baseada no modelo de Branson, que é utilizada na formulação para cálculo de flechas em vigas.

Utilizando a expressão para cálculo de flechas elásticas em vigas simplesmente apoiadas, a flecha imediata foi obtida pela Equação (15). [4]

$$f_{máx} = \frac{5}{384} . \frac{q.L^4}{E_{cs}.I_{ef}} \quad (15)$$

Onde:

fmáx = Deslocamento máximo no meio do vão;
q = Carregamento distribuído na viga.

Segundo Neville e Brooks (2013, p. 229), "a fluência do concreto aumenta a deflexão de vigas de concreto armado, e em alguns casos, pode ser um parâmetro crítico de projeto", conforme ilustra a Figura 5. [3]

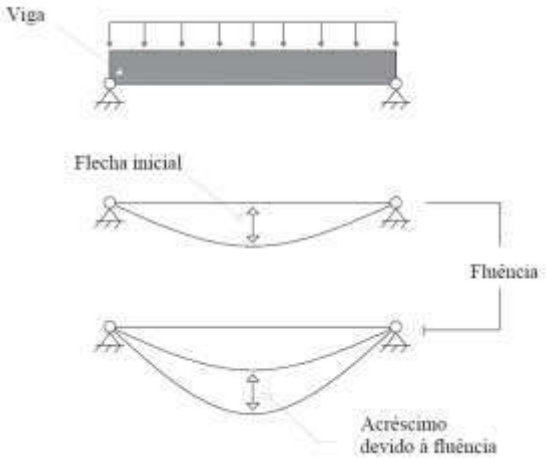


Figura 5: Representação das flechas em uma viga biapoiada. Fonte: Elaborado pelos autores.

A flecha adicional diferida, devido à fluência foi calculada de forma aproximada pela multiplicação da flecha imediata pelo fator αf, segundo a Equação (16), disposta no item 17.3.2.1.2 da NBR 6118:2014.

Abril de 2016
ISSN 2448-1459

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'} \quad (16)$$

Sendo:

αf = Fator de multiplicação para consideração da flecha adicional;
ξ = Coeficiente em função do tempo;
ρ' = Taxa de armadura comprimida na seção.

O cálculo do coeficiente em função do tempo foi calculado por meio da Equação (17).

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) \quad (17)$$

Onde:

ξ(t) = 0,68. (0,996t). t0,32 para t ≤ 70 meses;
ξ(t) = 2 para t > 70 meses.

2.9.2 Avaliação do Estado Limite de Serviço

A avaliação dos deslocamentos-limites em vigas como forma de aceitabilidade sensorial é feita por meio da Tabela 13.3 da NBR 6118:2014. Os deslocamentos visíveis nesses elementos estruturais devem estar limitados a um valor flim, calculado através da Equação (18).

$$f_{lim} = \frac{L}{250} \quad (18)$$

2.10 Metodologia para a integração numérica

Para auxiliar no processo iterativo de integração, foi utilizada uma planilha eletrônica desenvolvida no software Microsoft Office Excel (2013). A otimização dos cálculos por meio da divisão das vigas em seções possibilita melhor aplicação do método, diminuindo assim o erro inerente.

A estruturação da planilha está demonstrada na Tabela 9, calculada para a Viga 1, a qual contém o momento de inércia efetivo calculado com o modelo de Branson; as deformações específicas no concreto e no aço; e deformações por fluência calculadas por meio da tensão interna e pelo coeficiente de fluência conforme Anexo A da NBR 6118:2014. Através desses parâmetros, foi utilizada a equação da curvatura para realizar a integração numérica sequencial, obtendo os valores de rotação, e deformações lineares em cada seção. Para as outras vigas o procedimento foi análogo e, portanto, não será mostrado.

Tabela 9: Planilha de cálculo referente à Viga 1.

Seção	L (m)	I_{ef} (m^4)	ε_c ‰	ε_s ‰	σ_c (kN/cm^2)	ε_{cc} ‰	1000(1/r)	θ (rad)	y (mm)
1	0,00	0,0025	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0135	0,00
2	0,25	0,0025	0,0929	0,0621	0,2243	0,2907	0,0099	-0,0134	3,36
3	0,50	0,0025	0,1759	0,1176	0,4250	0,5508	0,0188	-0,0130	6,65
4	0,75	0,0018	0,3361	0,5343	0,8118	1,0522	0,0427	-0,0122	9,81
5	1,00	0,0014	0,4217	0,6705	1,0187	1,3204	0,0536	-0,0110	12,72
6	1,25	0,0013	0,4942	0,7858	1,1938	1,5473	0,0628	-0,0096	15,30
7	1,50	0,0013	0,5535	0,8801	1,3371	1,7330	0,0704	-0,0079	17,49
8	1,75	0,0012	0,5997	0,9534	1,4485	1,8774	0,0762	-0,0061	19,24
9	2,00	0,0012	0,6326	1,0058	1,5281	1,9806	0,0804	-0,0041	20,51
10	2,25	0,0012	0,6524	1,0372	1,5758	2,0425	0,0829	-0,0021	21,29
11	2,50	0,0012	0,6590	1,0477	1,5917	2,0631	0,0838	0,0000	21,55
12	2,75	0,0012	0,6524	1,0372	1,5758	2,0425	0,0829	0,0021	21,29
13	3,00	0,0012	0,6326	1,0058	1,5281	1,9806	0,0804	0,0041	20,51
14	3,25	0,0012	0,5997	0,9534	1,4485	1,8774	0,0762	0,0061	19,24
15	3,50	0,0013	0,5535	0,8801	1,3371	1,7330	0,0704	0,0079	17,49
16	3,75	0,0013	0,4942	0,7858	1,1938	1,5473	0,0628	0,0096	15,30
17	4,00	0,0014	0,4217	0,6705	1,0187	1,3204	0,0536	0,0110	12,72
18	4,25	0,0018	0,3361	0,5343	0,8118	1,0522	0,0427	0,0122	9,81
19	4,50	0,0025	0,1759	0,1176	0,4250	0,5508	0,0188	0,0130	6,65
20	4,75	0,0025	0,0929	0,0621	0,2243	0,2907	0,0099	0,0134	3,36
21	5,00	0,0025	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0135	0,00

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

3.1 Resultados

Por meio da planilha eletrônica elaborada para auxiliar no cálculo das deformações lineares das vigas, pelo método simplificado da NBR 6118:2014 e pelo método da integração numérica aplicado, foi possível analisar os resultados relacionados à cada viga.

Para uma análise inicial foram mantidos constantes os parâmetros de umidade, *slump*, e com o uso do Cimento Portland de Alto Forno - CP III foram calculados os valores das deformações lineares para todas as vigas no período de cinco anos (aproximadamente 1825 dias).

Estão apresentadas na Tabela 10 e na Tabela 11 as comparações dos percentuais de variação das flechas inicias e finais de cada viga, dos resultados calculados pela integração e pelo método simplificado da norma.

Tabela 10: Percentual da variação das flechas iniciais.

Vigas	Flecha inicial (mm)		Variação Δ%
	Integração	NBR 6118:2014	
Viga 1	9,72	9,88	1,65%
Viga 2	12,29	12,8	4,15%
Viga 3	14,47	15,82	9,33%

Tabela 11: Percentual da variação das flechas finais.

Vigas	Flecha final (mm)		Variação Δ%
	Integração	NBR 6118:2014	
Viga 1	21,55	22,93	6,40%
Viga 2	24,26	29,72	22,51%
Viga 3	26,53	36,73	38,45%

3.2 Discussão dos resultados

3.2.1 Comportamento das deformações lineares ao longo do tempo

Na Figura 6 está representado o comportamento da deformação linear da Viga 1, de acordo com o método proposto pela NBR 6118:2014 e pelo método de integração numérica, utilizando Cimento do tipo CP III e mantendo os outros parâmetros, que afetam a fluência, constantes. A flecha final corresponde ao período de cinco anos (1825 dias).

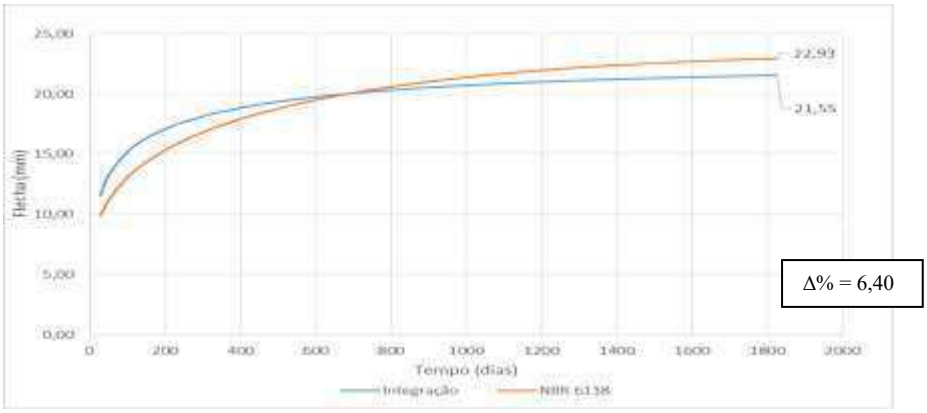


Figura 6: Variação da flecha no tempo para Viga 1. Fonte: Elaborado pelos autores.

Os valores calculados pela integração são ultrapassados pelo método de cálculo da NBR 6118:2014 em aproximadamente dois anos, visto que a norma apresenta uma metodologia mais simplificada para cálculo de flechas ao longo do tempo, a qual não leva em consideração o tipo de cimento, *slump*, umidade relativa e armadura. Em contrapartida, o estudo das vigas em seções discretizadas possibilita uma análise mais refinada do comportamento estrutural em serviço, verificado no resultado final da flecha, que foi inferior ao do método simplificado proposto pela NBR 6118:2014.

Realizando a análise para a Viga 2 e a Viga 3, com as mesmas premissas da Viga 1, foram obtidos os gráficos do comportamento da deformação linear ao longo do tempo, apresentados na Figura 7 e Figura 8, respectivamente.

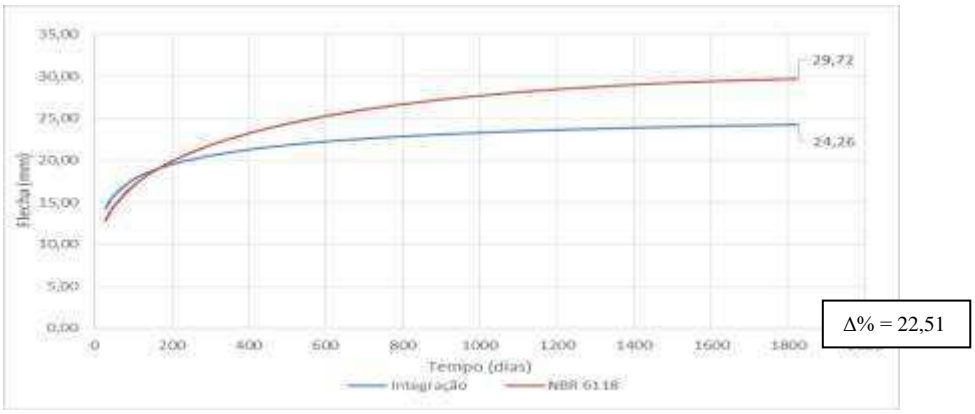


Figura 7: Variação da flecha no tempo para Viga 2. Fonte: Elaborado pelos autores.

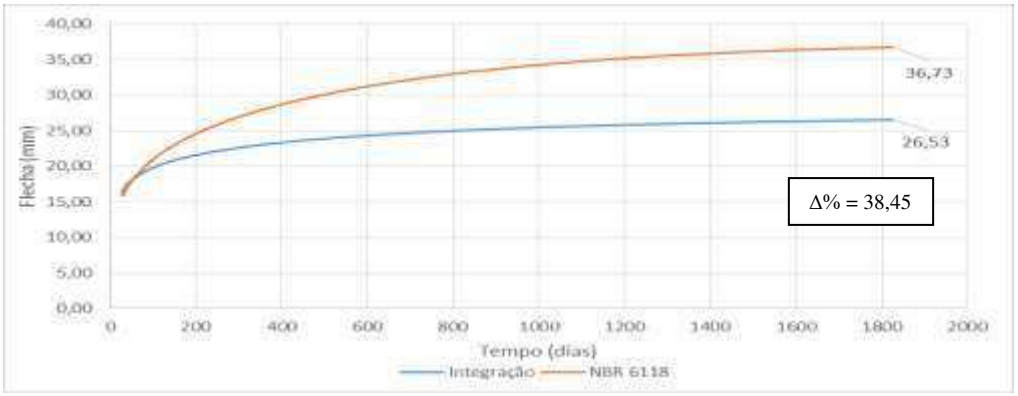


Figura 8: Variação da flecha no tempo para Viga 3. Fonte: Elaborado pelos autores.

A análise feita para a Viga 1 pode ser considerada de forma análoga para a Viga 2 e a Viga 3, visto que os métodos obtiveram comportamento similar ao longo do tempo. Contudo, é possível inferir que as diferenças entre os valores finais aumentaram consideravelmente à medida em que as caracteristicas geométricas aumentaram. Isso pode ser explicado porque considerando constante a umidade relativa, tanto a dimensão quanto a forma do elemento de concreto determinam a intensidade da fluência, isto é, o aumento da seção transversal da viga implica em um caminho maior para a percolação da água, refletindo na diminuição do coeficiente de fluência. [7]

3.2.2 Estado Limite de Serviço

"A deformação em peças fletidas ocorrida por causa do efeito da fluência não deve ser desprezada, pois pode atingir valores até o triplo do valor da deformação imediata" (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2010, p. 182) [1]. Essa observação pode ser confirmada por meio da análise dos dados obtidos da Figura 9 e Figura 10, onde são comparadas as flechas iniciais e finais, respectivamente, entre as três vigas e o ELS. É possível verificar um aumento aproximado de duas vezes a flecha inicial para o período de cinco anos.

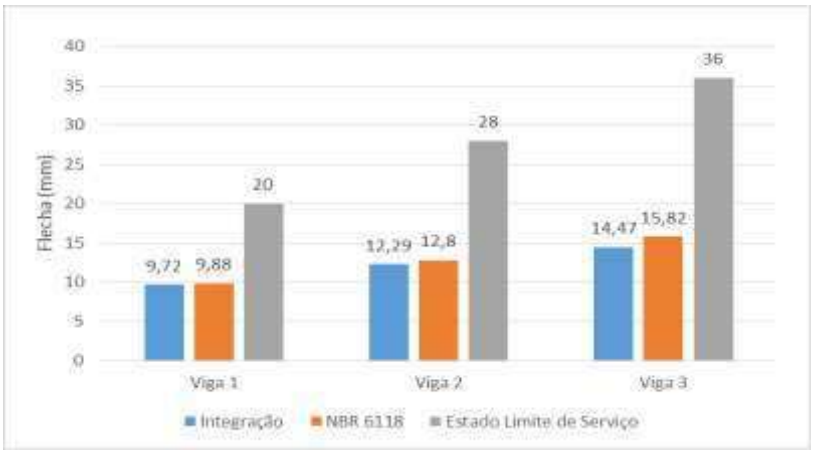


Figura 9: Comparação das flechas iniciais. Fonte: Elaborado pelos autores.

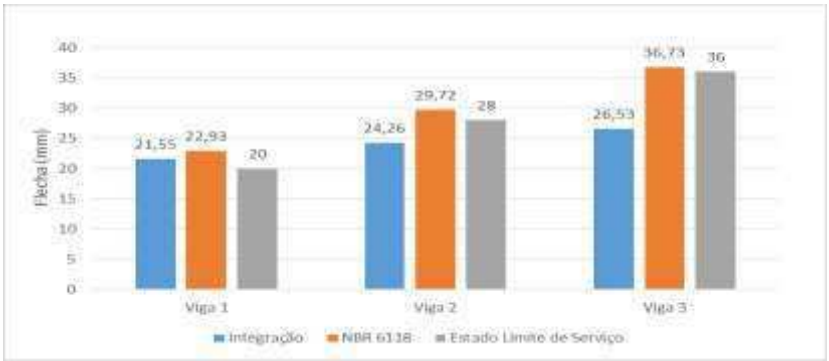


Figura 10: Comparação das flechas finais em 5 anos. Fonte: Elaborado pelos autores.

Ao fim do período considerado, é possível observar que os valores obtidos no cálculo da flecha, pelos dois métodos, na Viga 1 ultrapassam o máximo admissível. Já na Viga 2 e na Viga 3 apenas com o método da integração os valores são atendidos em comparação com o deslocamento limite no ELS. A consideração da fluência no concreto reserva uma parcela importante na verificação e controle de deformações excessivas nas estruturas, podendo às vezes ser determinante na aceitabilidade pelo Estado Limite de Serviço.

3.2.3 Consideração da influência do tipo de cimento

Entre os dados utilizados para o cálculo da flecha, tem-se o tipo de cimento como um parâmetro de grande importância. O comportamento da curva de influência dos cimentos CP II-Z, CP III e CP V-ARI foi similar nas três vigas, portanto na Figura 11 são apresentadas as curvas características das suas variações no tempo.

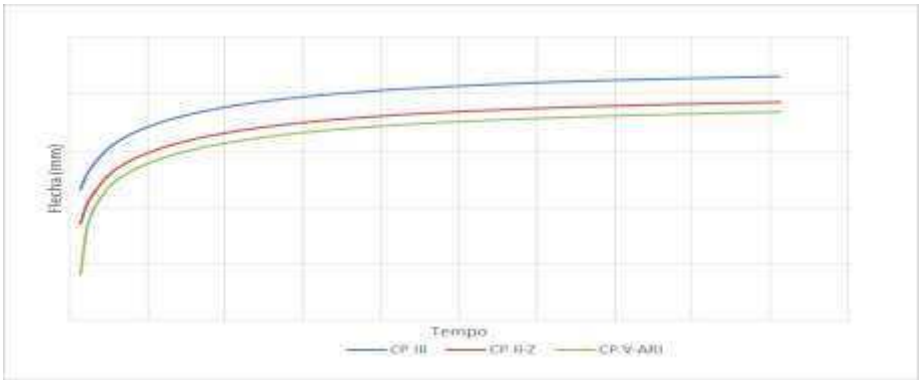


Figura 11: Variação do tipo de cimento ao longo dos 5 anos. Fonte: Elaborado pelos autores.

Misturas de concreto feitas com cimento de escória de alto-forno (CP III) e cimento pozolânico (CP IV) apresentam maior fluência em idade inicial do que um cimento de alta resistência inicial (CP V-ARI). [7]

No período de cinco anos, tem-se o valor da flecha mais elevado para o concreto composto por cimento CP III e menor valor para o cimento CP V-ARI. Isso pode ser comprovado pelos dados expostos na Tabela 12.

Tabela 12: Variação das flechas finais em função do tipo de cimento para 5 anos.

Cimento	Flecha final (mm)		
	Viga 1	Viga 2	Viga 3
CP III	21,55	24,26	26,53
CP II-Z	19,28	22,09	24,43
CP V-ARI	18,41	21,28	23,69

Segundo Neville e Brooks (2013, p. 220), "a fluência é afetada pelo tipo de cimento, na medida em que ele influencia na resistência do concreto no momento da aplicação da carga" [3]. O CP V-ARI tem ganho de resistência mais rápido em comparação com outros tipos de cimento, motivo pelo qual estruturas que o utilizam sofrem o efeito da fluência com menor intensidade.

4. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

As deformações iniciais obtidas através das planilhas, que utilizaram a integração por meio das deformações, apresentaram valores próximos aos do método simplificado de cálculo da NBR 6118:2014, em ambos os casos considerando as três vigas trabalhando no Estádio II.

Para valores finais de deformação ao término do período considerado, a Viga 1 também apresentou resultados aproximados, com pequena variação percentual. Entretanto, os valores das flechas finais para a Viga 2 e a Viga 3 apresentaram uma variação considerável entre os métodos, reiterando a análise sobre a influência das características geométricas dos elementos, ao se manterem constantes os outros parâmetros que afetam a fluência.

A integração numérica da curvatura, realizada por meio da discretização de seções, permite uma análise mais realista. Já o modelo proposto pela norma apresenta uma simplificação de cálculo, acarretando em valores finais superiores aos da

Abril de 2016
ISSN 2448-1459

integração. Portanto, o método numérico se mostrou satisfatório para o cálculo de flechas em vigas de concreto armado simplesmente apoiadas.

Para futuros estudos da fluência em vigas de concreto armado, sugere-se realizar ensaios práticos para obtenção das flechas e verificação da conformidade com a integração numérica. Nesse sentido, é preciso obter dados reais do módulo de elasticidade e da resistência característica do concreto a ser usado nas vigas, bem como a avaliação da idade incial do carregamento antes dos 28 dias, que pode representar a retirada precoce de cimbramento e fôrmas. Recomenda-se ainda verificar a aplicabilidade do método em outras configurações de apoio, variação de carregamento da peça em serviço e a alteração dos outros fatores que afetam a fluência, os quais não foram modificados na análise deste trabalho.

5. REFERÊNCIAS

[1] CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: Segundo NBR 6118:2003. 3. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2010.
[2] BRANSON, D. E. Instantaneous and time-dependent deflections of simple and continuous reinforced concrete beams. HPR Publication, Alabama Highway Departament, U. S. Bureau of Publis Roads, 1965.
[3] NEVILLE, A. M.; BROOKS, J.J. Tecnologia do Concreto. 2. ed. Tradução: Ruy Alberto Cremonini. Porto Alegre: Bookman, 2013.
[4] GERE, J. M.; GOODNO, B. J. Mecânica dos Materiais. 7. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2011.
[5] FUSCO, P. B. Estruturas de concreto: solicitações normais. Rio de Janeiro: Editora Guanabara Dois S.A., 1981.
[6] FRANCO, N. M. B. Cálculo Numérico. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006.
[7] MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. Concreto: Microestrutura, Propriedades e Materiais. 3. ed. São Paulo: IBRACON, 2008.
[8] ARAÚJO, J. M. de. Simplified procedures for calculation of instantaneous and long-term deflections of reinforced concrete beams. Rio Grande, 2005. Disponível em: <http://repositorio.furg.br/bitstream/handle/1/5132/Simplified%20procedures%20for%20calculation%20of%20instantaneous%20and%20long-term%20deflections%20of%20reinforced%20concrete%20beams.pdf?sequence=1>. Acesso em: 17 ago. 2015.
[9] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
[10] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6120: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 1980.
[11] BARBOSA, M. D. A. Análise de flechas em vigas de concreto armado. Fortaleza, 2010. Disponível em: <http://www.deecc.ufc.br/Download/Projeto_de_Graduacao/2010/Marcelo_Barbosa_Analise%20de%20Flechas%20em%20Vigas%20de%20Concreto%20Armado.pdf>. Acesso em: 20 ago. 2015.
[12] BDMEP - Banco de Dados Meteorológicos para Ensino e Pesquisa. Disponível em: <http://www.inmet.gov.br/projetos/rede/pesquisa/>. Acesso em: 03 set. 2015.
[13] CAMPOS FILHO, A. Estados limites de serviço em estruturas de concreto armado. Porto Alegre, 2014. Disponível em: <https://chasqueweb.ufrgs.br/~americo/eng01112/servico.pdf>. Acesso em: 03 set. 2015.
[14] CUNHA, C. H. M. Deformabilidade das estruturas de concreto: impacto da variabilidade do módulo de elasticidade secante e da resistência á tração, decorrente das modificações dos materiais, cimentos e agregados. São Paulo, 2000. 139f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade de São Paulo.
[15] LEITE, P. G. P. Avaliação de deformações em vigas no estádio II. Brasília, 2015. 33f. Dissertação (Graduação em Engenharia Civil) - Universidade Católica de Brasília. [14] BRANSON, D. E. Instantaneous and time-dependent deflections of simple and continuous reinforced concrete beams. HPR Publication, Alabama Highway Departament, U. S. Bureau of Publis Roads, 1965.
[16] LIMA, P. R. L.; FONTES, C. M. A.; LIMA, J. M. F. Análise não-linear da deflexão de vigas de concreto armado. Feira de Santana, 2003. Disponível em: <http://www2.uefs.br/sitientibus/pdf/28/analise_nao_linear_da_deflexao_de_vigas.pdf>. Acesso em: 15 set. 2015.
[17] PINHEIRO, L. M. Fundamentos do Concreto e Projeto de Edifícios. São Carlos, 2007. Disponível em: <http://coral.ufsm.br/decc/ECC1006/Downloads/Apost_EESC_USP_Libanio.pdf>. Acesso em: 12 set. 2015.
[18] PUZISKI, O; VARGAS, A. Análise da influência do descimbramento em diferentes idades na fluência do concreto ao longo do tempo. Criciúma, 2011. Disponível em: <http://repositorio.unesc.net/bitstream/1/149/1/Orivalte%20Puziski.pdf>. Acesso em: 17 ago. 2015. [21]

[19] SILVA, A. A. E. F. da. Contribuições ao estudo da não-linearidade física em vigas de concreto armado. Santa Maria, 2012. Disponível em: <http://w3.ufsm.br/ppgec/wp-content/uploads/Aline Alessandra Eduarda Farias da Silva_Dissertação de Mestrado.pdf>. Acesso em: 27 set. 2015. [23] CAMPOS FILHO, A. Estados limites de serviço em estruturas de concreto armado. Porto Alegre, 2014. Disponível em: <https://chasqueweb.ufrgs.br/~americo/eng01112/servico.pdf>. Acesso em: 03 set. 2015.