Anais do Congresso Brasileiro de Patologia das Construções - CBPAT 2018

Abril de 2018

DETERMINAÇÃO DO MOMENTO RESISTENTE DE UMA VIGA EM CONCRETO ARMADO: PROCEDIMENTO E AUTOMATIZAÇÃO EM PLANILHA ELETRÔNICA

G. R. THOMÉ
Engenheiro Civil
MF Engenharia
Florianópolis/SC; Brasil
gustavorintzelthome@gmail.com

I. SPONHOLZ
Professor Mestre em Engenharia Civil
Universidade do Sul de Santa Catarina
São José/SC; Brasil
ildo.sponholz@unisul.br

RESUMO

O dimensionamento de seções retangulares e seções T sob flexão normal simples é a atividade diária mais comum aos engenheiros projetistas de estruturas de Concreto Armado (SANTOS, 1983 apud BASTOS 2015). No entanto, este trabalho aborda o processo reverso: determinar o momento fletor resistente de uma seção de viga em função de sua geometria e propriedades mecânicas. O procedimento de cálculo apresentado neste artigo, toma como pressuposto que a viga, apesar de possivelmente estar com manifestações patológicas, comporta-se como sã, portanto as equações utilizadas são as mesmas do dimensionamento embora organizadas de maneira diferente. Com as equações em mãos, e organizadas em forma de "passo-a-passo", parte-se para a implementação computacional, realizada em planilha Excel. Ressalta-se que o objetivo deste trabalho não é ensinar a programação, mas sim apresentar de maneira sistemática o processo de determinação do momento resistente de uma seção de viga, e mostrar, ainda que brevemente, a sua implementação em planilha eletrônica.
Palavras-chave: Flexão Normal Simples. Planilha Eletrônica. Engenharia Reversa.

ABSTRACT

The design of rectangular sections and T sections under simple normal bending is the most common daily activity for engineers who design Reinforced Concrete structures (SANTOS, 1983 apud BASTOS 2015). However, this work addresses the reverse process: determining the bending moment strength of a beam section as a function of its geometry and mechanical properties. The calculation procedure presented in this paper presupposes that the beam, although possibly with pathological manifestations, behaves as healthy, so the equations used are the same as the ordinary design but organized in a different way. With the equations organized in "step-by-step", starts the computational implementation, developed in Excel. It is emphasized that the objective of this work is not to teach the programming, but to present a systematic way of the process of determination of the resistant moment of a beam section, and to show, even briefly, the implementation in spreadsheet.
Keywords: Flexural Loading. Spreadsheet. Reverse Engineering.

1. INTRODUÇÃO

Os antigos utilizavam a pedra como principal material de construção, ela era durável e resistia bem aos esforços de compressão (BOTELHO & MARCHETTI, 2013).

O concreto é um aglomerado constituído de agregados, cimento como aglomerante, água e ar; é portanto, uma rocha artificial (LEONHARDT & MÖNNING, 1982). Para utilização estrutural, o concreto sozinho não é adequado, pois enquanto tem uma boa resistência à compressão, na tração, resiste apenas cerca de 10% de sua resistência à compressão (CARVALHO & FIGUEIREDO, 2014).

Elementos estruturais possuem materiais com boa resistência à compressão na parte comprimida e um boa à tração na parte tracionada. Essa é a ideia do concreto armado. Na parte tracionada do concreto, mergulha-se aço (BOTELHO & MARCHETTI, 2013).

O dimensionamento de seções retangulares e seções T sob flexão normal simples é a atividade diária mais comum aos engenheiros projetistas de estruturas de Concreto Armado (SANTOS, 1983 apud BASTOS 2015). No entanto, este trabalho aborda o processo reverso: determinar o momento fletor resistente de uma seção de viga em função de sua geometria e propriedades mecânicas.

2. METODOLOGIA

2.1 Determinação do M_{rd} pelo processo tradicional

Bastos (2015), sugere resolver o processo reverso supondo a tensão no aço igual a de escoamento (haja vista a imposição de ductilidade apresentada pela nova norma, a qual considera a razão x/d menor ou igual a 0,45). Tendo a resultante no aço, iguala-se à do concreto (somatório das resultantes igual à zero). De posse da resultante no concreto, calcular a profundidade da linha neutra e consequentemente a alavanca entre as resultantes. O produto produto entre a alavanca e uma das resultantes será igual ao momento resistente da viga.

Para melhor compreensão, apresenta-se um exemplo numérico extraído da apostila de Bastos (2015), pág. 31:

Dada a seção retangular de uma viga, calcular qual é o momento fletor admissível (de serviço). São conhecidos:

b_w	20	cm
h	50	cm
d	46	cm
$\gamma_c = \gamma_f$	1,4	adimensional
f_{ck}	20	MPa
A_s	8	cm²
f_{yk}	500	MPa
γ_s	1,15	adimensional

a) Resultante no aço:

$$R_{st} = \frac{A_s f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{8 \cdot 50}{1,15} = 347,82\ kN \quad (1)$$

Onde:
R_{st} = força resultante no aço tracionado, em kN
A_s = área de aço, em cm²
f_{yk} = tensão de escoamento do aço, kN/cm²
γ_s = coeficiente de segurança do aço, adimensional

b) Profundidade da linha neutra:

$$R_{cc} = 0,8 \cdot 0,85 \cdot b_w \cdot x \cdot f_{cd} \therefore 347,82 = 0,68 \cdot 20 \cdot x \cdot \left(\frac{2}{1,4}\right) \therefore x = 17,9\ cm \quad (2)$$

Onde:
R_{cc}= força resultante no concreto comprimido, em kN
0,8 = simplificação do diagrama parabólico do concreto, adimensional
0,85 = coeficiente de Rüsch, adimensional
x = profundidade da linha neutra, em cm
f_{cd} = resistência à compressão de cálculo do concreto, em kN/cm²
b_w= largura da viga, em cm

c) Momento:

$$M_k = \frac{R_{cc}\cdot(d-0,4\cdot x)}{\gamma_c} = \frac{247,82\cdot(46-0,4\cdot 17,9)}{1,4} = 9649,5\ kNcm \quad (3)$$

Onde:
M_k= momento resistente característico, em kNcm
R_{cc}= força resultante no concreto comprimido, em kN
d = altura útil, em cm
x = altura da linha neutra, em cm
γ_c = coeficiente de segurança do concreto, adimensional

d) Domínio e deformações

Relação x/d:

$$\frac{x}{d} = \frac{17,9}{46} = 0,39 \quad (4)$$

Onde:
x = profundidade da linha neutra, em cm
d = altura útil

Sendo $x_{2lim} = 0,26$ e $x_{3lim} = 0,63$ (aço CA-50), conclui-se a viga está dentro do Domínio 3. A relação menor que 0,45 atende aos requisitos de ductilidade. No Domínio 3, a deformação no concreto é a máxima, 3,5‰ e a do aço calculada por semelhança de triângulos:

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_c(d-x)}{x} = \frac{0,0035(46-17,9)}{17,9} = 0,0055 \quad (5)$$

Onde:
ε_s= deformação no centro de gravidade das armaduras tracionadas, em cm/cm
ε_c= deformação máxima no concreto, em cm/cm
d = altura útil
x = profundidade da linha neutra, em cm

Este é o exemplo mais básico possível, pois trata-se de seção retangular com armadura simples. Para o desenvolvimento de um algoritmo completo, e posterior implementação em planilha eletrônica, é necessário abordar o maior número de combinações possíveis, seja seção T ou não, com profundidade da linha neutra na mesa ou na alma, e com armadura simples ou dupla.

2.2 Metodologia genérica para cálculo do M_{rd}

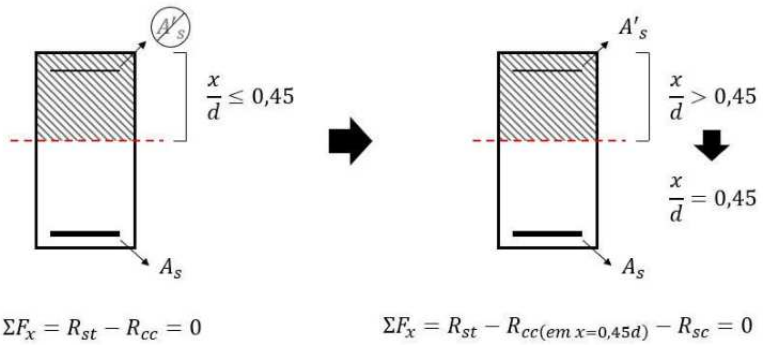
Após algum tempo analisando as equações teóricas do dimensionamento à flexão em vigas de concreto armado, foi possível organizar um passo-a-passo lógico levando em consideração um número considerável de combinações ocorrentes em elementos lineares submetidos à flexão.

Um dos pontos chave do processo descrito neste capítulo, é o modo de iniciar os cálculos. Diferentemente da metodologia tradicional, inicia-se por calcular a máxima resultante possível no concreto, que ocorre quando a relação x/d é igual a o,45. Após este primeiro passo, calcula-se a resultante no aço admitindo a tensão de escoamento.

O objetivo deste passo a mais é simples: avaliar a necessidade de considerar ou não da armadura de compressão no cálculo de M_{rd}. Quando o produto da tensão de escoamento pela área de aço for maior do que a força resultante no concreto na relação x/d = 0,45, deve-se considerar a colaboração da armadura de compressão, pois se esta contribuição fosse desconsiderada, a profundidade da linha neutra ultrapassaria o limite preconizado pela ABNT NBR 6118:2014.

Na pratica o que acontece é o “forçar” a profundidade da linha neutra dentro do limite da norma, conforme apresentado na Figura 1:

Figura 1 – Consideração ou não da armadura de compressão em função da comparação entre as resultantes do concreto e do aço tracionado



Fonte: Autores

Outro ponto que merece atenção é a profundidade da linha neutra em vigas T. Novamente deve-se comparar dois valores a fim de encaminhar o restante dos cálculos. No modelo desenvolvido, a solução encontrada foi verificar em qual relação de x/d encontra-se $0{,}8h_f$ (0,8 referente à simplificação do diagrama parabólico do concreto, e h_f a altura da mesa da viga). Esta relação é importante, pois determina a interface entre o comportamento de falsa viga retangular e viga T.

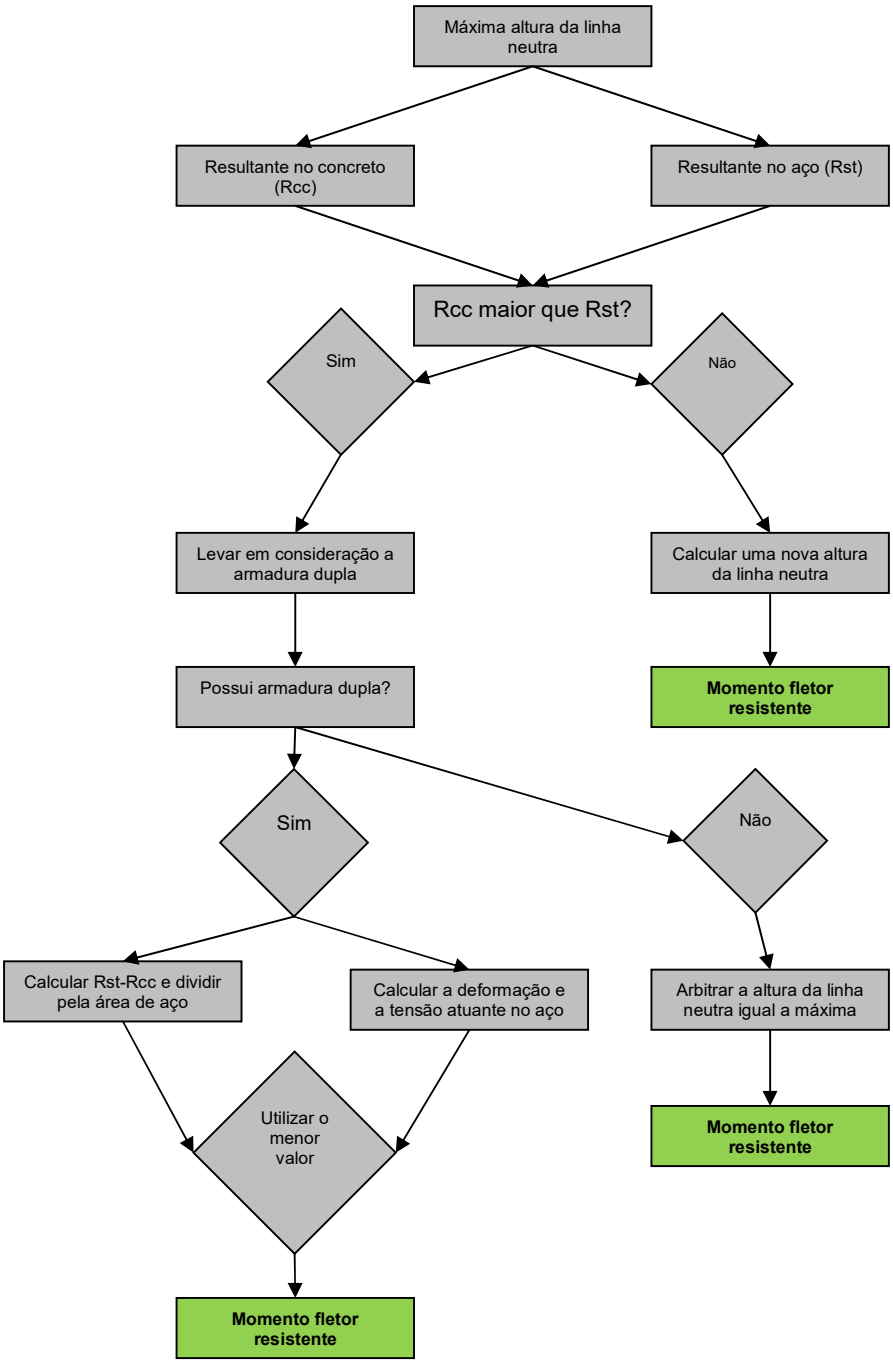
Algumas simplificações foram feitas para facilitar o processo, todas a favor da segurança, são elas:

a) Quando não há armadura de compressão e a altura da linha neutra excede o limite normativo, considera-se apenas a parcela dentro dos 0,45x/d, e calcula-se uma tensão fictícia na armadura de tração para determinar o momento resultante. Sabe-se que o resultado seria maior, caso o limite fosse extendido para 0,63x/d, valor que não pode mais ser utilizado dentro da nova norma.

b) Quando há excesso de armadura de compressão: O recurso da armadura dupla, se faz necessário quando a máxima resultante no concreto não é suficiente para equilibrar o momento solicitante. No dimensionamento, adiciona-se área de aço comprimido, e para equilibrar o somatório das forças, a armadura de tração também é aumentada. Em teoria, o produto da área de aço comprimido pela tensão atuante deveria ser igual à diferença das resultantes do aço tracionado e do concreto comprimido. Acontece que na prática isso nem sempre (quase nunca) acontece, e são diversos os motivos, seja pelo próprio “arredondamento” da área de aço causado pela adoção de determinados diâmetros de barras, pela adoção de uma armadura igual ou semelhante para o máximo número de vigas, erros de execução ou qualquer outro motivo que seja. Para fins de cálculo, nesses casos onde a armadura de compressão excede o que seria necessário para equilibrar a resultante no aço tracionado, arbitra-se uma tensão atuante fictícia nas barras, de maneira a essa tensão equilibrar as forças. Cabe ressaltar que esta consideração é a favor da segurança, pois em realidade a alavanca entre as forças de tração e compressão seria maior, caso fosse feito um cálculo mais preciso.

Diante de todas estas pontuações, chega-se ao fluxograma demonstrado na Figura 1:

Figura 2 – Fluxograma para o cálculo do momento resistente:



Fonte: Autores

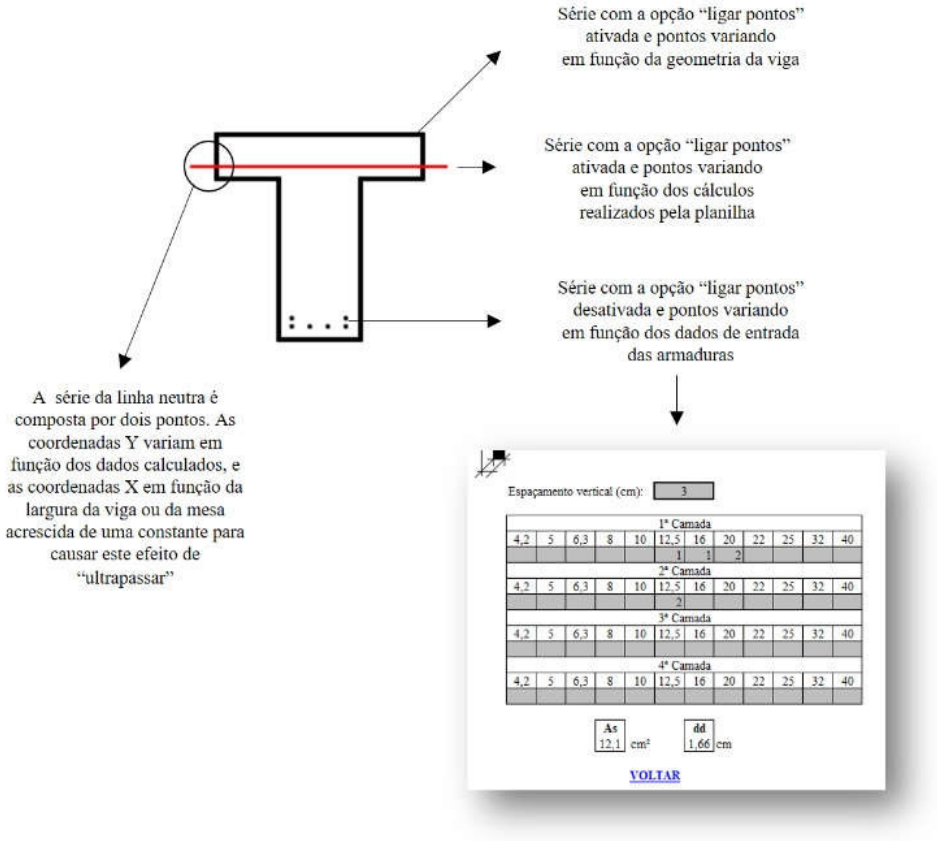
A Figura 2 não representa a total complexidade do modelo desenvolvido, mas mostra de maneira sucinta as principais etapas do cálculo. Para cada etapa são necessárias algumas verificações e encaminhamentos, por exemplo a equação utilizada para determinar a resultante no concreto quando a altura da linha neutra é a máxima possível pode variar em 3 formas conforme já citado anteriormente, viga retangular, viga T com altura da linha neutra dentro da mesa ou fora.

2.3 Implementação em ambiente Excel

De posse do processo esmiuçado, a implementação em planilha eletrônica torna-se relativamente simples ao conhecer algumas funções do Excel, uma das ferramentas mais utilizadas pelos engenheiros.

Um dos pontos que normalmente chama atenção na planilha é a sua parte gráfica. A ferramenda gera os desenhos da seção, das suas armaduras e também a altura da linha neutra, além do diagrama de deformações. O método é simples, mas sua implementação pode ser trabalhosa. Com a ferramenta "gráfico de dispersão" pode se imaginar um plano cartesiano, onde séries de pontos variam em função de dados de entrada (altura da viga, largura da mesa, etc.) e dados de saída (altura da linha neutra, centro de gravidade das armaduras, etc). Neste plano, deve-se hablitar em algumas séries a opção "ligar pontos" como no caso dos limites da viga, em outros configurar uma linha tracejada com alguma outra cor. Em outras séries os pontos não precisam ser ligados, mas devem estar habilitados, como é o caso no desenho das armaduras. Algumas destas observações podem ser vistas na Figura 3:

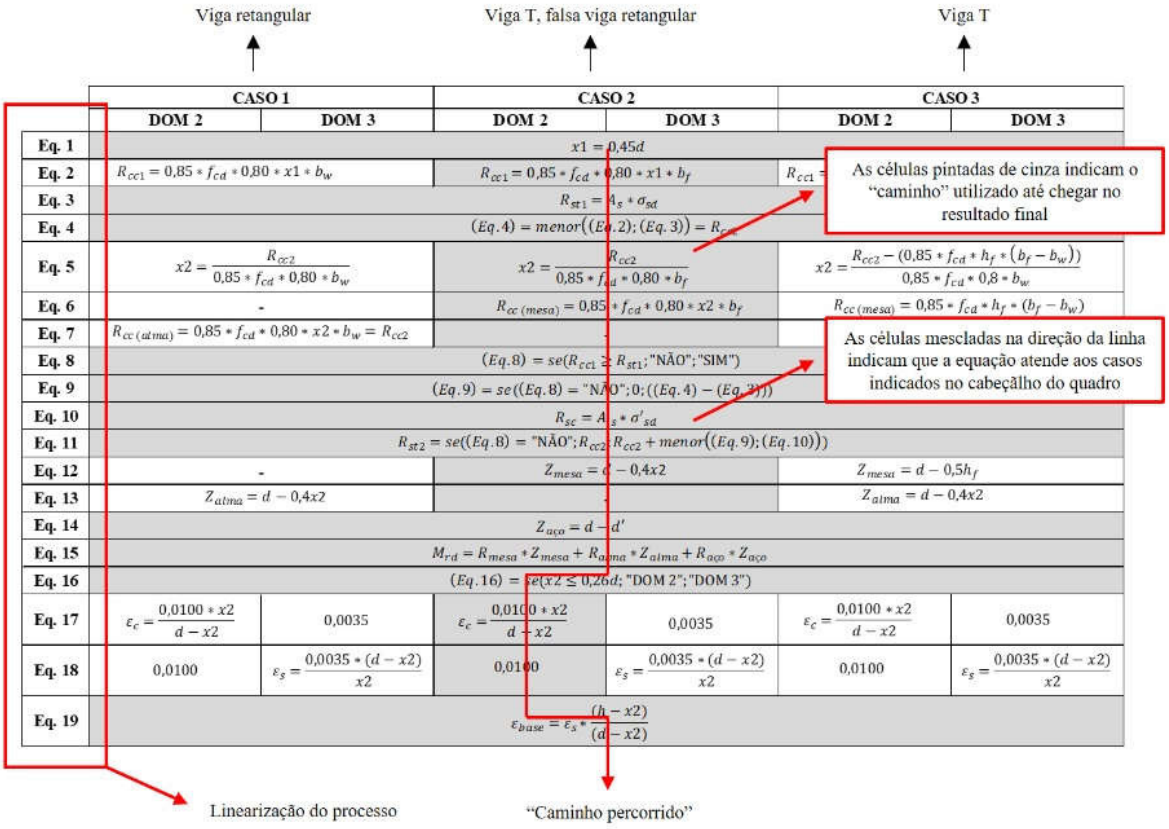
Figura 3 – Detalhes referentes à parte gráfica da planilha:



Fonte: Autores

Outro ponto que merece destaque, é a transparência dos cálculos, principalmente quando observado o relatório de cálculo. Ao combinar a função "concatenar" com funções lógicas do tipo "se", por exemplo, e ainda fazendo uso do recurso "formatação condicional", obtem-se resultados satisfatórios, onde o usuário pode entender o que o *software* está fazendo e aprender um pouco mais a cada uso, evitando um pouco o "esconder o jogo", na Figura 4, pode-se observar uma parte das equações utilizadas na programação da planilha e que consta no relatório de cálculo:

Figura 4 - Formulário integrante do relatório de cálculo

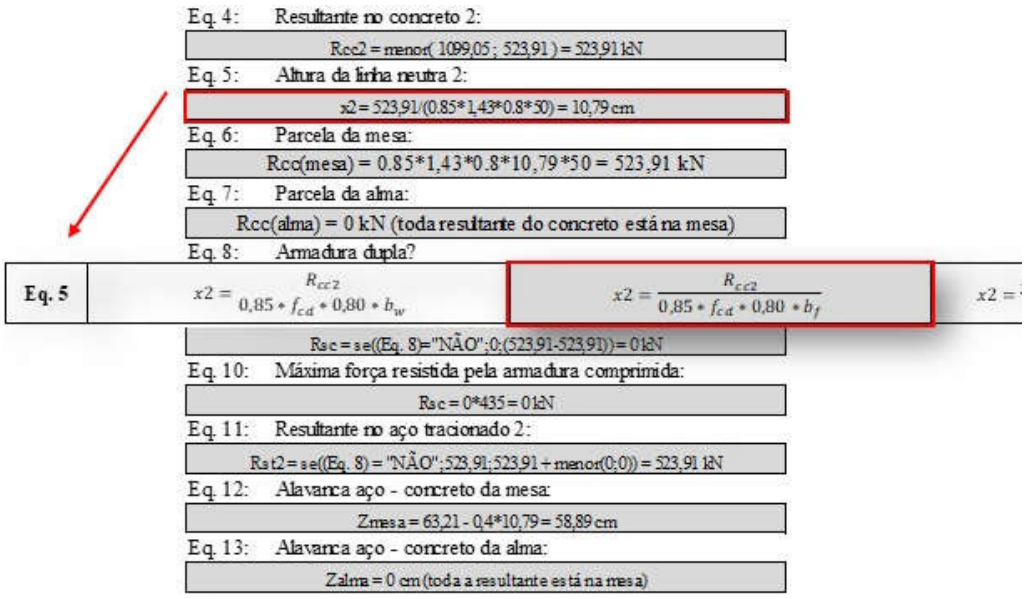


	CASO 1		CASO 2		CASO 3	
	DOM 2	DOM 3	DOM 2	DOM 3	DOM 2	DOM 3
Eq. 1	$x1 = 0{,}45d$					
Eq. 2	$R_{cc1} = 0{,}85 * f_{cd} * 0{,}80 * x1 * b_w$		$R_{cc1} = 0{,}85 * f_{cd} * 0{,}80 * x1 * b_f$		$R_{cc1} =$	
Eq. 3	$R_{st1} = A_s * \sigma_{sd}$					
Eq. 4	$(Eq.4) = menor((Eq.2);(Eq.3)) = R_{cc2}$					
Eq. 5	$x2 = \frac{R_{cc2}}{0{,}85 * f_{cd} * 0{,}80 * b_w}$		$x2 = \frac{R_{cc2}}{0{,}85 * f_{cd} * 0{,}80 * b_f}$		$x2 = \frac{R_{cc2} - (0{,}85 * f_{cd} * h_f * (b_f - b_w))}{0{,}85 * f_{cd} * 0{,}8 * b_w}$	
Eq. 6	-		$R_{cc\,(mesa)} = 0{,}85 * f_{cd} * 0{,}80 * x2 * b_f$		$R_{cc\,(mesa)} = 0{,}85 * f_{cd} * h_f * (b_f - b_w)$	
Eq. 7	$R_{cc\,(alma)} = 0{,}85 * f_{cd} * 0{,}80 * x2 * b_w = R_{cc2}$		-		-	
Eq. 8	$(Eq.8) = se(R_{cc1} \geq R_{st1};"NÃO";"SIM")$					
Eq. 9	$(Eq.9) = se((Eq.8) = "NÃO";0;((Eq.4) - (Eq.3)))$					
Eq. 10	$R_{sc} = A_s * \sigma'_{sd}$					
Eq. 11	$R_{st2} = se((Eq.8) = "NÃO";R_{cc2};R_{cc2} + menor((Eq.9);(Eq.10)))$					
Eq. 12	-		$Z_{mesa} = d - 0{,}4x2$		$Z_{mesa} = d - 0{,}5h_f$	
Eq. 13	$Z_{alma} = d - 0{,}4x2$		-		$Z_{alma} = d - 0{,}4x2$	
Eq. 14	$Z_{aço} = d - d'$					
Eq. 15	$M_{rd} = R_{mesa} * Z_{mesa} + R_{alma} * Z_{alma} + R_{aço} * Z_{aço}$					
Eq. 16	$(Eq.16) = se(x2 \leq 0{,}26d;"DOM\ 2";"DOM\ 3")$					
Eq. 17	$\varepsilon_c = \frac{0{,}0100 * x2}{d - x2}$	0,0035	$\varepsilon_c = \frac{0{,}0100 * x2}{d - x2}$	0,0035	$\varepsilon_c = \frac{0{,}0100 * x2}{d - x2}$	0,0035
Eq. 18	0,0100	$\varepsilon_s = \frac{0{,}0035 * (d - x2)}{x2}$	0,0100	$\varepsilon_s = \frac{0{,}0035 * (d - x2)}{x2}$	0,0100	$\varepsilon_s = \frac{0{,}0035 * (d - x2)}{x2}$
Eq. 19	$\varepsilon_{base} = \varepsilon_s * \frac{(h - x2)}{(d - x2)}$					

Fonte: Autores

As células pintadas em cinza (formatação condicional, com base em verificações e funções lógicas) apresentam o caminho seguido para a determinação do momento resistente, e possuem correlação com o algoritimo apresentado na Figura 2. Os "Casos 1, 2 e 3" fazem referêcia ao tipo da viga e altura da linha neutra (retangular ou T). Ao lado esquerdo há uma nomenclatura que varia de "Eq. 1" a "Eq. 19", que posteriormente é mais detalhado no relatório conforme Figura 5:

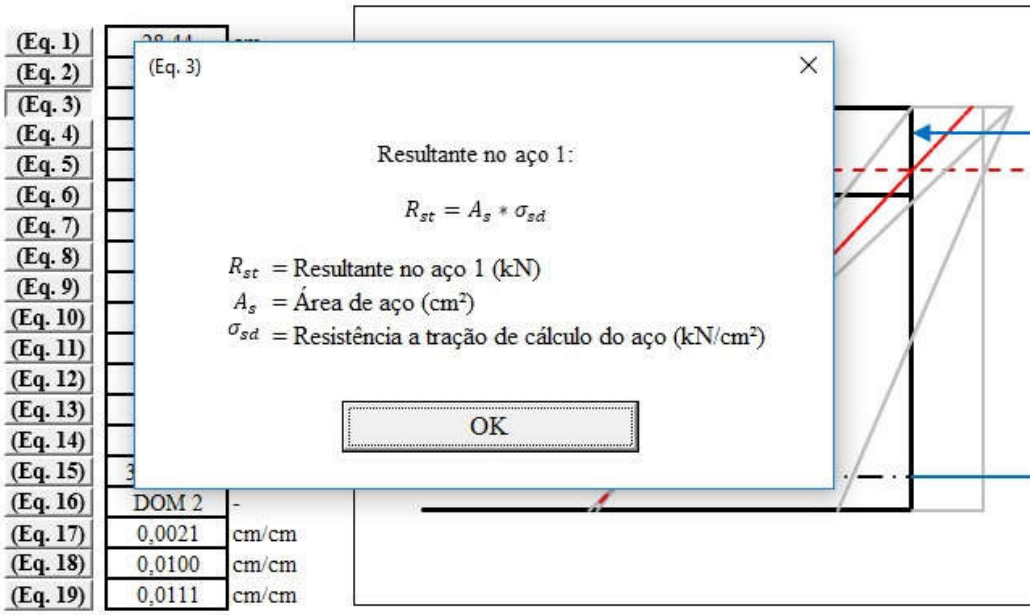
Figura 5 - Trecho do relatório de cálculo



Fonte: Autores

O relatório de cálculo foi programado depois de todo o desenvolvimento da ferramenta, isso ajudou a verificar se as equações do concreto armado foram adequadamente implementadas no Excel, ou seja, pôde-se verificar se os resultados realmente estavam condizentes com o cálculo manual. Ainda foram utilizados outros recursos como *UserForms* que abrem uma janela contendo informações relevantes ao usuário quando clicado em algum botão como se apresenta na Figura 6:

Figura 6 – Aplilcação da ferramenta *UserForms*



Fonte: Autores

3. VALIDAÇÃO E RESULTADOS

Para a validação, utilizar-se-á os mesmos dados do exercício da página 31 de Bastos (2015), o mesmo apresentado em 2.1 conforme informações da Figura 7:

Figura 7 - Dados de entrada para exemplo de validação: seção retangular com armadura simples

Dados de entrada:

Tipo de viga		RETANGULAR	
Altura da viga (cm)	h=	50	(máx 180)
~~Altura da mesa (cm)~~	~~hf=~~	~~7.5~~	~~(<h)~~
Largura da viga (cm)	bw=	20	~~(<bf)~~
~~Largura da mesa (cm)~~	~~bf=~~	~~50~~	~~(máx 180)~~
Cobrimento superior (cm)		2.5	
Cobrimento inferior (cm)		2.5	
Cobrimento lateral (cm)		2.5	
Concreto (Mpa)		20	(máx 50)
Yc (sem unidade)		1.4	
Coeficiente de Rusch		0.85	
Ys (sem unidade)		1.15	
Diâmetro dos estribos (mm)		6.3	
Espaçamento dos estribos (cm)		20	
Tensão de escoamento do aço (Mpa)		CA-50	
Módulo de elasticidade do do aço (Mpa)		210000	
Armadura inferior (cm²)	As=	8.00	
Armadura superior (cm²)	A's=	0.00	
~~Seção com ligação?~~		~~NÃO~~	

Fonte: Autores

Ainda como dados de entrada, tem-se as armaduras que são inseridas em aba a parte. Existem algumas limitações na programação desta planilha, como o concreto que deve possuir f_{ck} menor ou igual à 50 MPa, devido ao arredondamento do diagrama de tensões. Outra limitação é a altura da viga, com dimensão máxima de 180 cm, bem como a largura da mesa e da viga. Além destas limitações, tem-se ainda as simplificações descritas em 2.2.

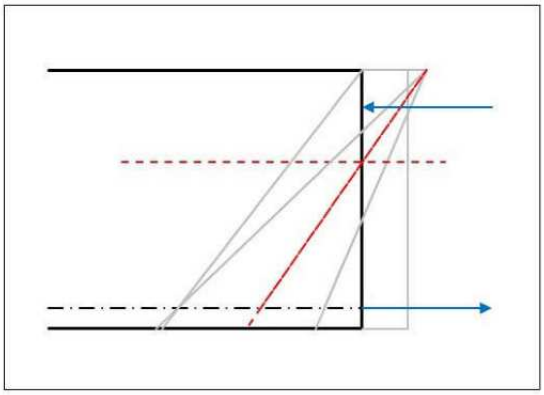
Na Figura 8, pode-se verificar os dados de saída:

Figura 8 - Resultado do exemplo de validação: seção retangular com armadura simples

Cálculo:

Md = 13533.52 kN*cm
Mk = 9666.8 kN*cm

Altura da linha neutra 1:	(Eq. 1)	20.73	cm
Resultante no concreto 1:	(Eq. 2)	402.78	kN
Resultante no aço tracionado 1:	(Eq. 3)	347.83	kN
Resultante no concreto 2:	(Eq. 4)	347.83	kN
Altura da linha neutra 2:	(Eq. 5)	17.90	cm
Parcela da mesa:	(Eq. 6)	0.00	kN
Parcela da alma:	(Eq. 7)	347.83	kN
Armadura dupla?	(Eq. 8)	NÃO	-
Força a ser resistida pela armadura comprimida:	(Eq. 9)	0.00	kN
Máxima força resistida pela armadura comprimida:	(Eq. 10)	0.00	kN
Resultante no aço tracionado 2:	(Eq. 11)	347.83	kN
Alavanca aço - concreto da mesa:	(Eq. 12)	0.00	cm
Alavanca aço - concreto da alma:	(Eq. 13)	38.91	cm
Alavanca aço - aço:	(Eq. 14)	0.00	cm
Momento fletor resistente de cálculo:	(Eq. 15)	13533.52	kN*cm
Dominio:	(Eq. 16)	DOM 3	-
Deformação no concreto:	(Eq. 17)	0.0035	cm/cm
Deformação no aço tracionado:	(Eq. 18)	0.0055	cm/cm
Deformação na base da viga:	(Eq. 19)	0.0063	cm/cm



Fonte: Autores

O valor do momento de cálculo obtido foi de 13533,52 kNcm, por sua vez o característico igual à 9666,80 kNcm. A pequena diferença de 0,17% já era esperada, haja vista que o desenvolvimento da ferramenta foi

todo feito com as equações apresentadas por Bastos (2015). A pequena variação justifica-se pela diferença da altura útil da viga que na planilha é calculada em função de dados como cobrimento, diâmetro do estribo, espaçamento vertical entre as barras e seus diâmetros.

Outros exemplos de validação, incluindo viga T e com armadura dupla, podem ser encontrados em Thomé (2017).

4. CONCLUSÕES

O concreto armado é largamente utilizado na construção civil e com o "envelhecimento" das edificações se faz necessário estudos diagnósticos deste material. No mesmo passo, o advento da informática têm otimizado inúmeros processos de cálculo dentro da Engenharia Civil, e é nesta interseção que este trabalho procura colaborar.

O principal resultado é a obtenção de uma ferramenta prática, de uso intuitivo e agradável. A transparência do que é calculado também é um ponto interessante, assim qualquer pessoa pode validar os resultados obtidos pela planilha conforme seus cálculos manuais, ou por outros *sofwares*.

Os autores disponibilizam uma cópia da ferramenta para download público em < https://drive.google.com/open?id=1K5WfIEYmHvhFnb-g1Yhg4ypfOQIO7kOM > e estão sempre dispostos a apreciar críticas e relatos de erros que podem ajudar a melhorar o uso desta ferramenta.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem aos membros da banca examinadora do Trabalho de Conclusão de Curso de Gustavo R. Thomé, orientado pelo Professor Ildo Sponholz, Msc, que originou este artigo, são eles:

Eng. Civil Marcelo Cechinel, Esp. Universidade do Sul de Santa Catarina e ArCec Engenharia.
Eng. Civil e Sanitarista Marco Antônio Teixeira Lomba, Esp. Caixa Econômica Federal.
Eng. Civil Fabrício Martins, Esp. GeoEnergy Engenharia.

Agradecem ainda a SC Pisos, ao Eng. De Produção Civil Márcio França, da MF Engenharia e ao Profº Dr. Daniel Ecco do Instituto Federal Catarinense.

6. REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118:** Projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

BASTOS, P. S. S. **Flexão normal simples – vigas.** Notas de aula da disciplina de Estruturas de concreto I. Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2015. 78p.

BOTELHO, M. H. C. e MARCHETTI, O. **Concreto armado eu te amo.** 7. ed. São Paulo: Edgard Blucher. 2013. v. 1

CARVALHO, R. C. ; FIGUEIREDO FILHO, J. R. de**. Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado segundo a NBR 6118:2014.** São Carlos, EdUFSCar, 2014.

LEONHARDT, F. e MÖNNING, E**. Construções de concreto, princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado.** Rio de Janeiro: Interciência, 1977. v.1

THOMÉ, G. R. **Reforço estrutural à flexão com fibras de carbono: automatização do modelo de cálculo de dimensionamento** . 2017. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade do Sul de Santa Catarina, PALHOÇA, 2017.