CBPAT 2020 ANAIS
CONGRESSO BRASILEIRO DE PATOLOGIA DAS CONSTRUÇÕES
DE 15 A 17 DE ABRIL | FORTALEZA - CE
http://dx.doi.org/10.4322/CBPAT.2020.284
ISBN 978-65-86819-05-2

MÉTODO DA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA APLICADO A VIGAS DE CONCRETO ARMADO REFORÇADAS COM CFRP

F. E. S. DA SILVA JÚNIOR
Mestre em Modelagem Computacional
Universidade Federal do Rio Grande
Rio Grande do Sul; Brasil
jrsuri@outlook.com

M. DE V. REAL
Professor Doutor
Universidade Federal do Rio Grande
Rio Grande do Sul; Brasil
mauroreal@furg.br

R. J. C. SILVA
Professor Doutor
Universidade Estadual Vale do Acaraú
Ceará; Brasil
ricardo.carvalho222@gmail.com

RESUMO

O Método dos Elementos Finitos é bastante consolidado na solução de problemas de engenharia. No entanto, em muitos casos o modelo pode exigir uma malha complexa e o número de simulações pode chegar à casa dos milhares, gerando um alto custo computacional. Para reduzir este custo existem algumas técnicas de otimização, como o Método da Superfície de Resposta, no qual é gerada uma função aproximadora capaz de descrever o sistema. O presente estudo buscou demonstrar a determinação da função de resposta de uma viga de concreto armado reforçada com polímeros reforçados com fibras de carbono (PRFC). Foi utilizado o software ANSYS para a modelagem em elementos finitos da viga, onde o modelo foi validado com dados experimentais, e foi utilizado o software Minitab para a obtenção da superfície de resposta. Através da análise das métricas do modelo, verificou-se boa adequação dos resultados.
Palavras-chave: modelagem computacional, método dos elementos finitos, método da superfície de resposta, otimização.

ABSTRACT

The Finite Element Method is well established in engineering problems solving. However, in many cases the model may require a complex mesh and the number of simulations may reach thousands, generating a high computational cost. To reduce this cost there are some optimization techniques, such as the Response Surface Methodology, which generates an approximation function capable of describing the system. The present study aimed to demonstrate the determination of the response function of a reinforced concrete beam strengthened with carbon fiber reinforced polymer (CFRP). The ANSYS software was used for the finite element modeling of the beam, where the model was validated with experimental data, and the Minitab software was used to obtain the response surface. Through the analysis of the model metrics, it was verified a good accuracy of the results.
Keywords: computational modeling; finite element method; response surface methodology; optimization.

1. INTRODUÇÃO

A análise computacional através do Método dos Elementos Finitos (MEF) tornou-se muito utilizada devido à fidelidade com a qual os modelos constitutivos de diversos materiais conseguem representar a realidade. No entanto, apesar de ser um método consolidado, dependendo das características da análise realizada, o MEF pode exigir uma malha complexa e se torna custoso computacionalmente. Se o método for utilizado em análises de confiabilidade com simulações de Monte Carlo, o tempo de processamento pode inviabilizar sua utilização.

Simulação de Monte Carlo é o processo repetitivo de geração de soluções de um problema com base na geração aleatória dos parâmetros de entrada. Segundo Ang e Tang (1984), como o método de Monte Carlo geralmente requer um número elevado de repetições, principalmente para problemas envolvendo eventos muito raros, sua aplicação pode se tornar custosa. Em diversos trabalhos, como em Wang *et al*. (2015), Jiang *et al*. (2015), Shi e Stewart (2015), Balomenos *et al*. (2018) e Roy (2019), recorreu-se à utilização de simulações de Monte Carlo associadas ao MEF.

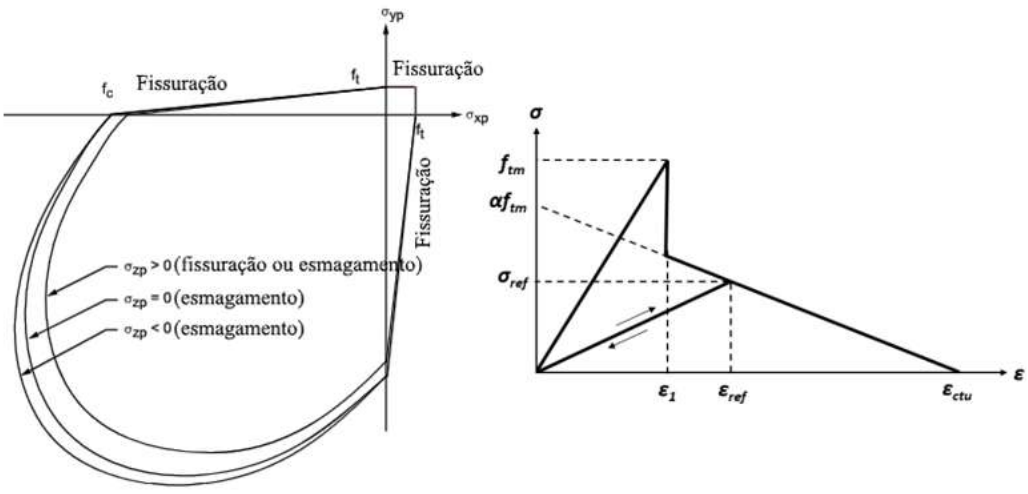
ISBN 978-65-86819-05-2

Para se reduzir o número de simulações de Monte Carlo existem algumas técnicas de otimização, como o Método da Superfície de Resposta (MSR). Para Silva e Rouboa (2014), combinar metodologias de otimização a modelos numéricos evita experimentos caros e demorados. Montgomery e Runger (2007) explicam que o MSR é uma coleção de técnicas matemáticas e estatísticas que são úteis para modelagem e análise de problemas nos quais uma resposta de interesse é influenciada por várias variáveis e o objetivo é otimizar essa resposta.
Fang e Tee (2017) destacam o alto custo computacional de métodos convencionais de análise de confiabilidade e demonstraram em seu trabalho a eficácia do MSR quando aplicado com este fim. Aliando-se esta técnica ao MEF, é realizado um pequeno número de simulações em elementos finitos e em seguida os resultados são aproximados através de uma função polinomial aproximadora. Assim, é possível abdicar o uso direto do MEF e realizar as análises de interesse apenas utilizando essa função.
Em Makki *et al*. (2018) foi desenvolvido um modelo em elementos finitos para prever o fator de concentração de tensão em epóxi reforçado com fibra de carbono, e em seguida os autores analisaram a confiabilidade deste fator utilizando os resultados do MSR. Em Kolios *et al*. (2018), um modelo em elementos finitos para conversores de energia de ondas foi desenvolvido e validado através de um modelo analítico, sendo aplicado o MSR para realizar análises de confiabilidade. A mesma abordagem foi utilizada em Gharaibeh (2018), onde foi analisada a confiabilidade de componentes eletrônicos submetidos a vibrações.
O presente estudo busca demonstrar a determinação da função de resposta de uma viga de concreto armado reforçada com polímeros reforçados com fibras de carbono (PRFC). Para isto, dividiu-se o trabalho em duas etapas: a primeira compreendeu a modelagem em elementos finitos no *software* ANSYS *Workbench* 17.1 de uma viga reforçada e a validação do modelo através de resultados experimentais; e a segunda etapa consistiu na obtenção da função aproximadora pelo Método da Superfície de Resposta pelo *software* Minitab 17 e pela análise das métricas do modelo polinomial.

2. MODELAGEM COMPUTACIONAL

2.1 Modelos constitutivos

Para o concreto, existem diferentes modelos aptos a representar o comportamento deste material. De acordo com Zhang *et al*. (2016), a abertura e propagação de fissuras ainda é um problema desafiador em estudos numéricos, já que a maioria dos modelos numéricos homogeneízam o efeito de fissuras em estruturas de concreto. O modelo constitutivo padrão que o *software* ANSYS utiliza para representar o concreto é o critério de Willam-Warnke (1974) (Figura 1) com cinco parâmetros para falha.



(a) Concreto comprimido (b) Concreto tracionado

Figura 1: Critério de falha de Willam-Warnke. Fonte: adaptado de ANSYS (2013).

Para Lazzari *et al*. (2017), o modelo mais adotado para simulação do aço das armaduras em estruturas de concreto armado é o modelo uniaxial, onde considera-se que as armaduras resistem apenas a esforços axiais. Este modelo considera um comportamento elastoplástico representado por um diagrama tensão-deformação bilinear (Figura 2), e o material possui comportamento isotrópico. Para aços com patamar de escoamento bem definido, adota-se um modelo elastoplástico

ISBN 978-65-86819-05-2

perfeito. Para os demais aços, adota-se um modelo com endurecimento linear. No presente trabalho optou-se por adotar o modelo elastoplástico perfeito.

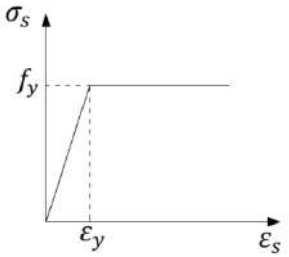


Figura 2: Modelo constitutivo do aço. Fonte: Barbosa (2017).

Apesar de boa parte das mantas de PRFC disponíveis no mercado possuírem orientação unidirecional, segundo Pivatto (2017), a consideração das propriedades ortotrópicas do material não influencia significativamente nos resultados em vigas. Desta forma, vale a Lei de Hooke para representação da fibra de carbono.
Mecânica da Fratura é a área da Mecânica dos Sólidos que estuda a propagação de fissuras em materiais. Como explica Anderson (2017), em um processo de abertura de fissuras, existem três modos de carregamento que proporcionam a propagação de uma fissura, conforme mostrado na Figura 3.

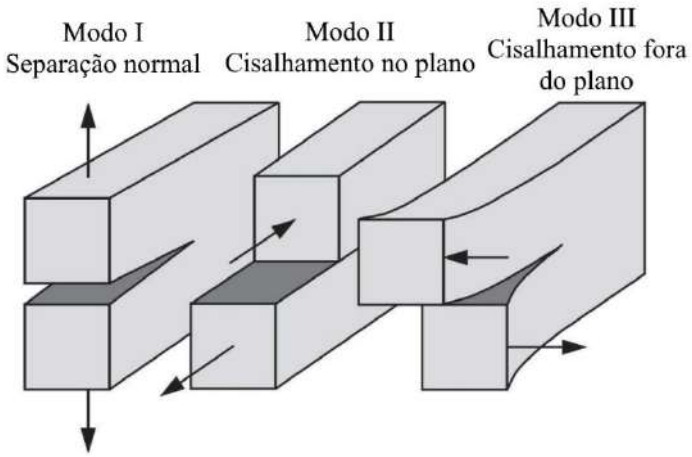


Figura 3: Modos de fratura. Fonte: adaptado de Anderson (2017).

Cohen *et al*. (2018) explicam que a interface concreto-PRFC é uma fina camada de adesivo onde a deformação relativa entre o PRFC e o concreto ocorre principalmente devido a esforços cortantes. Portanto, o modo de fratura é predominantemente o Modo II. A separação normal entre as faces dos materiais ainda existe, no entanto, geralmente é aceito que o descolamento da fibra corresponde somente ao Modo II, já que a camada de adesivo transfere esforços cortantes do concreto para o PRFC.
Um dos modelos de interface mais utilizados é o modelo bilinear de Lu *et al*. (2005), que utiliza os parâmetros de tensão de cisalhamento máxima na interface, deslizamento tangencial e energia de fratura. Kohnehpooshi e Jaafar (2017) destacam que esse é um dos modelos mais precisos para interface. De acordo com o modelo bilinear de Lu *et al*. (2005) (Figura 4), quando uma viga é carregada, uma tensão interfacial de cisalhamento τ surge devido à abertura de fissuras. Essa abertura é representada numericamente como um deslizamento finito entre a viga e o reforço. Inicialmente, quando o carregamento e a tensão interfacial τ são inferiores à capacidade resistente da interface τ_{max}, a interface é considerada como estando no estágio linear-elástico. Esse estágio termina quando τ excede τ_{max}, o que significa que o sistema está na iminência de sofrer micro descolamentos. À medida em que o deslizamento continua, a tensão interfacial cai a zero e se inicia o descolamento completo do reforço, que se propaga ao longo da interface e representa o macro descolamento.

ISBN 978-65-86819-05-2

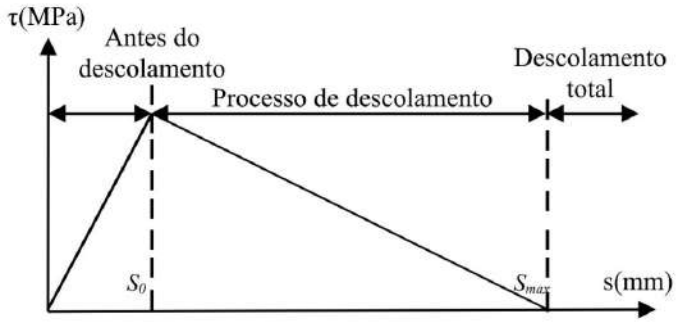


Figura 4: Modelo bilinear de Lu *et al*. (2005). Fonte: adaptado de Kohnehpooshi e Jaafar (2017).

2.2 Modelo da viga estudada

A armadura longitudinal da viga estudada foi dimensionada de acordo com a norma brasileira ABNT NBR 6118 (2014). Inicialmente, foi considerada uma viga de 5 metros de comprimento com seção retangular de 15 cm de base e 50 cm de altura, e submetida a um carregamento permanente de 13 kN/m e carregamento variável de 3 kN/m. A viga foi considerada biapoiada nas duas extremidades. Para o dimensionamento do reforço, foram seguidas as diretrizes da norma americana ACI 440.2R (2017), sendo considerada uma situação onde a carga variável foi aumentada para 9 kN/m. Desta forma, a viga foi dimensionada com duas barras de 16 mm para armadura longitudinal, 50 estribos de 6.3 mm com espaçamento de 10 cm e uma camada de reforço à flexão com PRFC, conforme detalhamento mostrado na Figura 5. Na Tabela 1 são apresentadas as propriedades dos materiais adotadas no dimensionamento.

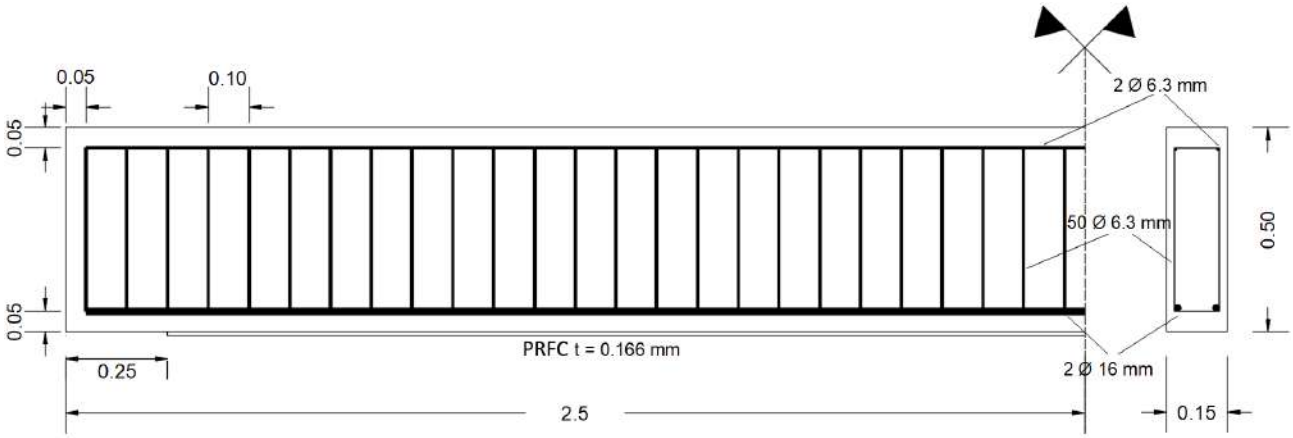


Figura 5: Modelo da viga estudada

Tabela 1 – Propriedades dos materiais (valores médios)

Material	Parâmetro	Unidade	Valor
Concreto	f_c	MPa	30
	f_t	MPa	2,9
	E_c	GPa	25743
Aço	f_y	MPa	500
	E_s	GPa	210
PRFC	f_{fu}	MPa	4900
	ε_{fu}	‰	21
	E_f	GPa	230

2.3 Procedimento de análise pelo MEF

Nas simulações por elementos finitos, foram definidos os seguintes elementos: o elemento Solid65 para o concreto; o elemento de barra Link180 para as armaduras; o elemento Solid185 para o reforço e os pontos de carregamento e apoios; e os elementos Conta174 e Targe170 para as regiões de contato.

ISBN 978-65-86819-05-2

Para o concreto, foram definidos ainda os coeficientes de fissura aberta, igual a 0,3, e de fissura fechada, igual a 1. Para o aço foi definido módulo tangente igual a 0 após o escoamento, ou seja, um modelo elastoplástico perfeito. Os coeficientes de Poisson adotados para o concreto, aço e reforço foram respectivamente 0,20, 0,30 e 0,27.
Para a região da interface, foi definido modo II de fratura. O programa oferece as opções de basear o modelo de interface na distância máxima de separação ou na energia de fratura. Foram realizados vários testes e foi observada melhor convergência da análise quando se utilizou o modelo baseado em energia de fratura. Para Anderson (2017), a abordagem da energia considera que a fratura ocorre quando a energia disponível para fissuração é suficiente para superar a resistência do material.
Todos os contatos foram definidos como *bonded* com a formulação *pure penalty*. Foi escolhido o contato *bonded* devido à maior facilidade de convergência por ser um tipo de contato linear, conforme explica Lee (2018), e as não-linearidades da região de contato foram introduzidas através da ferramenta *Fracture* do *Workbench*.
As análises utilizaram um critério de convergência baseado em deslocamento, onde foi definida uma tolerância de 1% e adotado o método de Newton-Raphson completo. O carregamento foi aplicado em um único passo de carga e 150 *substeps* (incrementos). O carregamento foi aplicado como força e as reações de apoio foram definidas como deslocamentos nulos nos eixos X e Y nos pontos de apoio. O parâmetro observado na resposta da estrutura ao carregamento foi sua carga de ruína, caracterizada pela interrupção das simulações com uma mensagem de erro de convergência indicando carregamento excessivo.

2.4 Método da Superfície de Resposta

O Método da Superfície de Resposta busca representar, através de uma função aproximadora baseada nos resultados de um pequeno número de simulações de Monte Carlo, a influência de cada uma das variáveis da função de desempenho. A função aproximadora pode ser linear ou quadrática, e é aproximada através da regressão dos resultados discretos obtidos numericamente. A forma genérica para uma superfície de resposta é apresentada na Equação (1), onde y é a função da superfície de resposta genérica, a_0, a_i e a_{ij} são coeficientes ajustados via regressão dos dados, e x são variáveis aleatórias.

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^{N} a_i x_i + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} a_{ij} x_i x_j \quad (1)$$

Análise de regressão é um método estatístico que utiliza a relação entre duas ou mais variáveis independentes para que uma variável dependente possa ser estimada a partir delas. Ou seja, a regressão determina a relação entre as variáveis de entrada e de saída. Existem alguns tipos de regressão, como a regressão linear múltipla, onde os dados são aproximados para uma função linear e existe mais de uma variável independente, e a regressão polinomial, onde os dados são aproximados para uma função polinomial, com a condição de que deve haver apenas uma variável independente. No caso de várias variáveis independentes e da necessidade de uma função polinomial, é utilizado o Método da Superfície de Resposta.
Para a viga em estudo, foram definidos os seguintes parâmetros de entrada (variáveis independentes): resistência à compressão do concreto (f_c), tensão de escoamento do aço (f_y), altura útil da viga (d) e módulo de elasticidade do reforço (E_f), e a variável de saída (dependente) foi a carga de ruptura (P_u).
Foi adotada a técnica de amostragem *Central Composite Design* para a geração dos *design points* (pontos de projeto), que foram gerados automaticamente pelo ANSYS utilizando sua ferramenta *Response Surface*. Os resultados de cada *design point* foram inseridos no *software* Minitab para obtenção da superfície de resposta.

3. VALIDAÇÃO DO MODELO EM ELEMENTOS FINITOS

Para validação do modelo, foram modeladas vigas de três trabalhos distintos, buscando representar diversas situações de reforço: as vigas de Pivatto (2017), de Ferreira *et al*. (2018) e de Beber (2003). Devido à simetria das peças analisadas, foi modelado apenas um quarto das vigas para redução do esforço computacional e foi aplicada simetria nos eixos X e Z. O modelo adotado está ilustrado na Figura 6.
As vigas de Pivatto (2017) apresentavam 220 cm de comprimento, 25 cm de altura e 15 cm de largura, e a armadura longitudinal de tração era composta por duas barras de 12,5 mm. Uma viga (V1) recebeu uma camada de reforço e sem ancoragem; outra viga (V2) recebeu duas camadas de reforço e nenhuma ancoragem; a terceira viga (VA1) recebeu uma camada de reforço e um par de ancoragens laterais; e a quarta viga (VAA1) recebeu uma camada de reforço e dois pares de ancoragens laterais.
As vigas de Ferreira *et al*. (2018) apresentavam 140 cm de comprimento, 20 cm de altura e 12 cm de largura, e a armadura longitudinal de tração era composta por duas barras de 8 mm. Uma viga (V2) recebeu uma camada de reforço com 57 cm de comprimento e um par de ancoragens laterais, e as ancoragens apresentavam 10 cm de largura; a viga V3 recebeu uma camada de reforço com 77 cm de comprimento e um par de ancoragens laterais, e as ancoragens apresentavam 10 cm de

ISBN 978-65-86819-05-2

largura; e a viga V4 recebeu uma camada de reforço com 77 cm de comprimento e um par de ancoragens laterais com 15 cm de largura.

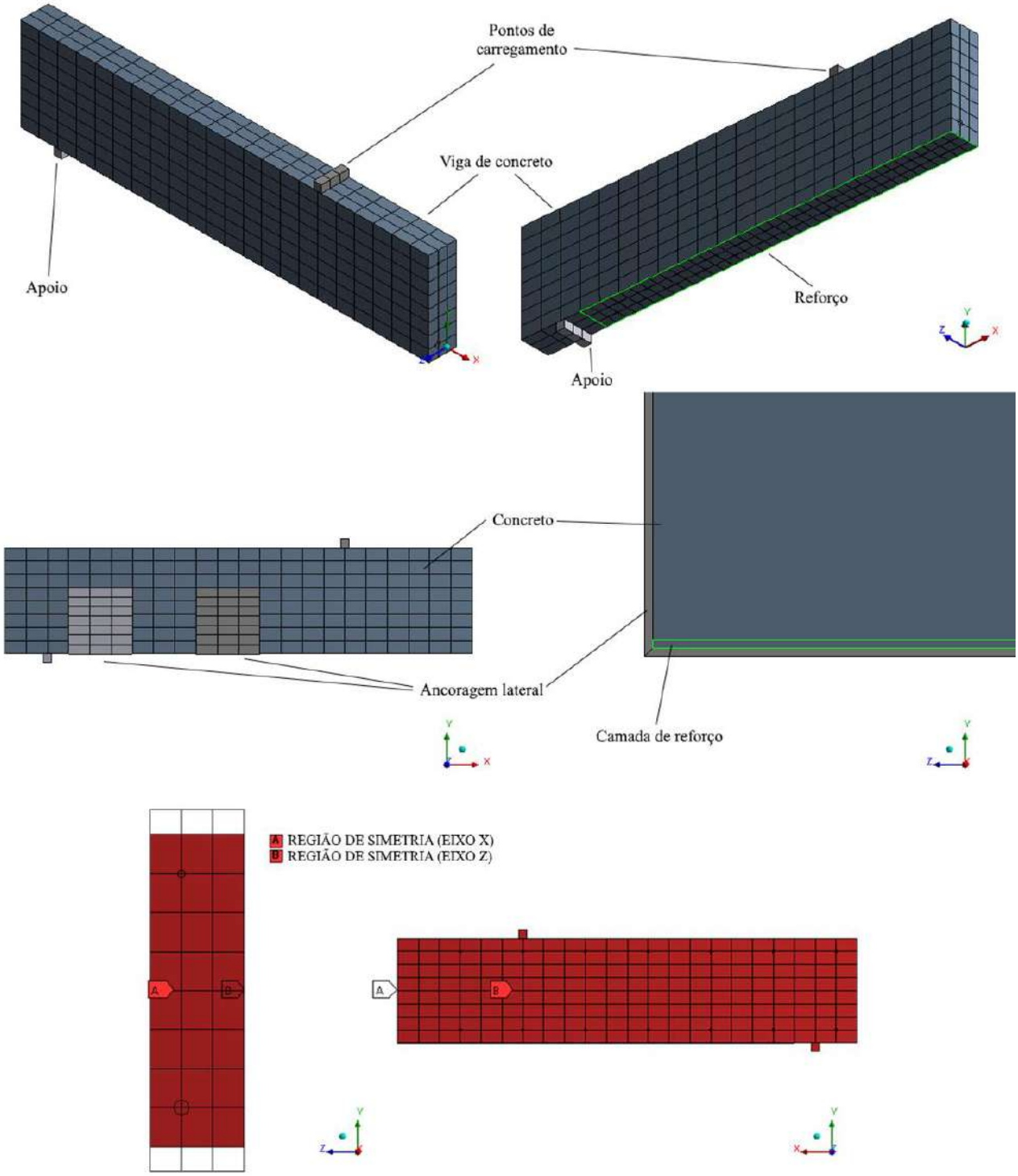


Figura 6: Modelo de elementos finitos para as vigas

As vigas de Beber (2003) apresentavam 300 cm de comprimento, 30 cm de altura e 15 cm de largura, e a armadura longitudinal de tração era composta por duas barras de 12,5 mm. Uma viga (V6) recebeu uma camada de reforço com 238 cm de comprimento sem ancoragem lateral, e o reforço apresentava 9,5 cm de largura; a outra viga (V7) recebeu

ISBN 978-65-86819-05-2

quatro camadas de reforço com 238 cm de comprimento sem ancoragem lateral, e o reforço apresentava a mesma largura da viga.
A malha de todas as vigas foi concebida com 5 cm na direção X. No eixo Y, a malha foi dividida em oito elementos de dimensões iguais nesta direção, e no eixo Z, a malha foi dividida em três elementos de dimensões iguais nesta direção. Os pontos de carregamento e apoios foram modelados com 2 cm de largura.
Nas vigas com mais de uma camada de reforço, todas as camadas foram modeladas juntas como um único sólido para simplificação do modelo e redução da quantidade de contatos. A malha dos reforços foi refinada na direção X, ficando com 25 mm nesta direção, pois o programa recomenda que seja refinada a malha nessa região.
Todas as vigas foram ensaiadas através do ensaio de flexão de quatro pontos. Mais detalhes encontram-se em Pivatto (2017), Ferreira *et al*. (2018) e Beber (2003). As propriedades dos materiais são apresentadas na Tabela 3.

Tabela 2 – Propriedades dos materiais para as vigas da validação do modelo

Material	Parâmetro	Unidade	Pivatto (2017)	Ferreira *et al*. (2018)	Beber (2003)
Concreto	f_c	MPa	24,05	20	32,8
	f_t	MPa	2,2	2,21	2,9
	E_c	GPa	25,714	25,044	26
Aço	f_y	MPa	550	500	706,5
	E_s	GPa	210	210	210
PRFC	t	mm	0,176	0,166	0,176
	f_{fu}	MPa	3800	4900	3800
	ε_{fu}	‰	17	21	15.8
	E_f	GPa	240	230	240

Os resultados da validação do modelo em elementos finitos são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Resultados da validação do modelo

Viga		$P_{u,exp}$*	$P_{u,MEF}$**	Variação (%)
Pivatto (2017)	V1	112,67	113,72	0,93
	V2	114,41	118,42	3,50
	VA1	117,74	118,01	0,23
	VAA1	120,85	120,53	-0,26
Ferreira *et al*. (2018)	V2	66,00	62,68	-5,03
	V3	66,00	66,38	0,58
	V4	73,00	68,40	-6,30
Beber (2003)	V6	118,53	118,80	0,23
	V7	160,93	151,60	-5,80

*$P_{u,exp}$: Carga de ruptura experimental;
**$P_{u,MEF}$: Carga de ruptura através do modelo em elementos finitos.

Constatou-se uma boa aproximação entre cargas de ruptura experimentais e numéricas. Observou-se que em mais da metade dos resultados a diferença foi menor que 1%. Ocorreram ainda resultados cuja variação foi da ordem de 5%, no entanto, em análises de confiabilidade, geralmente é considerada a variável de erro do modelo para cobrir as incertezas provenientes do modelo utilizado. Desta forma, considerou-se o modelo em elementos finitos adequado para previsão de carga de ruptura e prosseguiu-se para a modelagem da viga do presente estudo.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A viga em estudo foi modelada conforme o exposto nos itens 2 e 3 e na Figura 6. Devido à variação na altura útil da viga entre os pontos de projeto, a malha de elementos foi refinada na direção Y, apresentando 40 elementos nesta direção com 12,5 mm cada, pois o elemento Solid65 exige que a armadura seja posicionada nas arestas dos elementos de concreto, necessitando de um grande refinamento da malha nesta direção para que houvesse essa coincidência em todos os design points. Ainda assim, pela técnica Central Composite Design, foram gerados design points com alturas úteis de 41,11 cm e 46,39 cm. Para evitar um refinamento ainda maior da malha, foi utilizado o comando CEINTF, o qual estabelece uma

ISBN 978-65-86819-05-2

tolerância para "puxar" a armadura para as arestas dos elementos de concreto durante o processo de análise. Assim, na prática, as alturas úteis consideradas nesses design points foram de 41,25 cm e 46,25 cm (ver Tabela 4).
Foram realizadas um total de 29 simulações com a viga modelada. Em todas as situações, o modo de ruptura observado foi o desprendimento do reforço com escoamento da armadura de tração e esmagamento do concreto comprimido, e não ocorreu ruptura da fibra.
Os pontos de projeto, cargas de ruptura de cada simulação e a diferença entre o valor observado e os valores previstos pelo modelo polinomial são apresentados na Tabela 4. Os coeficientes da função polinomial de resposta e os coeficientes de determinação (S e R^2) retornados pelo Minitab são mostrados na Figura 7.

Tabela 4 – Pontos de projeto e resultados dos dois modelos

d (cm)	f_c (MPa)	f_y (MPa)	E_f (GPa)	$P_{u,MEF}$ (kN)*	$P_{u,SR}$ (kN)**	$P_{u,SR}/P_{u,MEF}$ (%)	Resíduo	Resíduo padron.
40,00	30,00	500,00	230,00	180,58	181,56	**0,54**	-2,46	-1,41
41,25	26,48	464,79	215,92	179,48	177,31	**-1,22**	0,67	0,44
41,25	26,48	464,79	244,08	179,38	178,45	**-0,52**	-0,55	-0,37
41,25	26,48	535,21	244,08	199,58	197,30	**-1,15**	0,70	0,53
41,25	33,52	464,79	215,92	197,38	194,56	**-1,45**	1,35	1,11
41,25	33,52	464,79	244,08	201,08	197,66	**-1,73**	1,96	1,38
41,25	33,52	535,21	215,92	201,28	200,48	**-0,40**	-0,77	-0,51
41,25	33,52	535,21	244,08	207,98	206,28	**-0,82**	0,14	0,08
43,75	25,00	500,00	230,00	198,38	194,94	**-1,76**	1,79	1,07
43,75	30,00	450,00	230,00	197,58	198,37	**0,40**	-2,37	-1,45
43,75	30,00	500,00	210,00	203,88	201,55	**-1,16**	0,69	0,41
43,75	30,00	500,00	230,00	209,58	204,19	**-2,64**	3,74	1,87
43,75	30,00	500,00	250,00	209,78	209,14	**-0,30**	-1,00	-0,59
43,75	30,00	550,00	230,00	218,28	215,43	**-1,32**	1,14	0,68
43,75	35,00	500,00	230,00	216,58	217,87	**0,59**	-2,92	-1,75
46,25	26,48	464,79	215,92	198,78	196,51	**-1,15**	0,54	0,29
46,25	26,48	464,79	244,08	203,38	201,41	**-0,98**	0,25	0,16
46,25	26,48	535,21	215,92	211,78	211,92	**0,07**	-1,96	-1,34
46,25	33,52	464,79	215,92	220,58	219,83	**-0,34**	-0,96	-0,66
46,25	33,52	464,79	244,08	229,38	226,69	**-1,18**	0,99	0,90
46,25	33,52	535,21	215,92	227,18	225,00	**-0,96**	0,37	0,20
46,25	33,52	535,21	244,08	233,68	234,57	**0,38**	-2,69	-1,47
47,50	30,00	500,00	230,00	221,58	217,18	**-2,03**	2,58	1,56
45,00	**30,00**	**500,00**	**230,00**	**209,78**	**209,59**	**-0,09**	**-1,52**	**-0,74**
45,00	25,00	450,00	210,00	188,48	187,45	**-0,55**	-0,62	-0,42
45,00	30,00	550,00	210,00	216,98	216,02	**-0,44**	-0,82	-0,48
45,00	35,00	550,00	210,00	227,68	224,63	**-1,36**	1,29	0,85
45,00	25,00	500,00	250,00	204,68	203,89	**-0,39**	-0,92	-0,63
45,00	35,00	550,00	250,00	241,38	238,26	**-1,31**	1,36	0,91

*$P_{u,MEF}$: Carga de ruptura através do modelo em elementos finitos;
**$P_{u,SR}$: Carga de ruptura através do modelo polinomial

Para que o modelo seja considerado adequado, segundo a documentação do Minitab, algumas condições devem ser atendidas:

a) No gráfico de resíduos x ajustes (Figura 8), não deve ocorrer um espalhamento desigual de resíduos entre os valores previstos, não deve se formar um padrão curvilíneo, não deve haver um ponto muito distante de zero nem muito distante dos outros na direção X;
b) No gráfico de resíduos x ordem (Figura 9), não deve se formar um padrão ou tendência;
c) No gráfico de probabilidade normal dos resíduos (Figura 10), os pontos devem seguir aproximadamente uma linha reta.

ISBN 978-65-86819-05-2

Model Summary

S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)
2,32095	98,92%	97,84%	95,50%

Coded Coefficients

Term	Effect	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant		205,83	1,17	175,94	0,000	
d	35,967	17,983	0,839	21,43	0,000	1,14
fc	22,905	11,453	0,717	15,97	0,000	1,23
fy	17,198	8,599	0,734	11,72	0,000	1,29
Ef	7,585	3,793	0,684	5,54	0,000	1,21
d*d	-9,64	-4,82	1,67	-2,89	0,012	1,09
fc*fc	4,42	2,21	1,41	1,57	0,139	1,35
fy*fy	5,42	2,71	1,45	1,86	0,083	1,44
Ef*Ef	2,30	1,15	1,38	0,83	0,419	1,33
d*fc	6,47	3,23	1,37	2,36	0,033	1,23
d*fy	-0,79	-0,40	1,39	-0,29	0,780	1,26
d*Ef	4,01	2,00	1,33	1,51	0,153	1,17
fc*fy	-10,32	-5,16	1,16	-4,46	0,001	1,47
fc*Ef	1,98	0,99	1,07	0,93	0,370	1,58
fy*Ef	2,73	1,36	1,10	1,24	0,235	1,67

Regression Equation in Uncoded Units

$$Pu = 9 + 24,5\,d - 2,52\,fc - 0,514\,fy - 3,28\,Ef - 0,343\,d*d + 0,0884\,fc*fc + 0,001083\,fy*fy + 0,00288\,Ef*Ef + 0,1725\,d*fc - 0,00211\,d*fy + 0,0267\,d*Ef - 0,02063\,fc*fy + 0,0099\,fc*Ef + 0,00136\,fy*Ef$$

Figura 7: Parâmetros do modelo polinomial

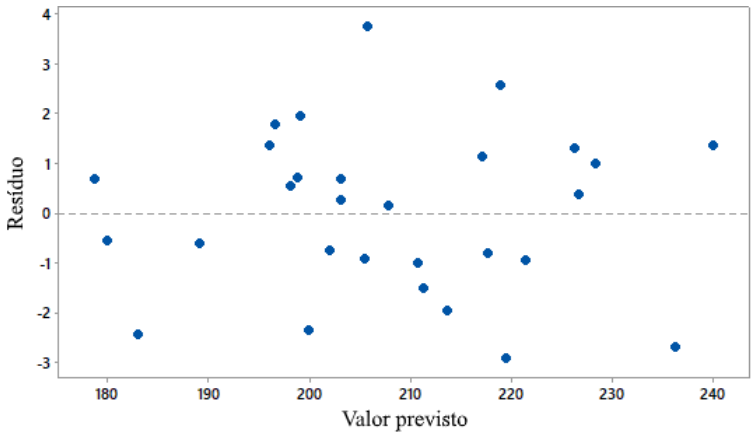


Figura 8: Resíduos x ajustes

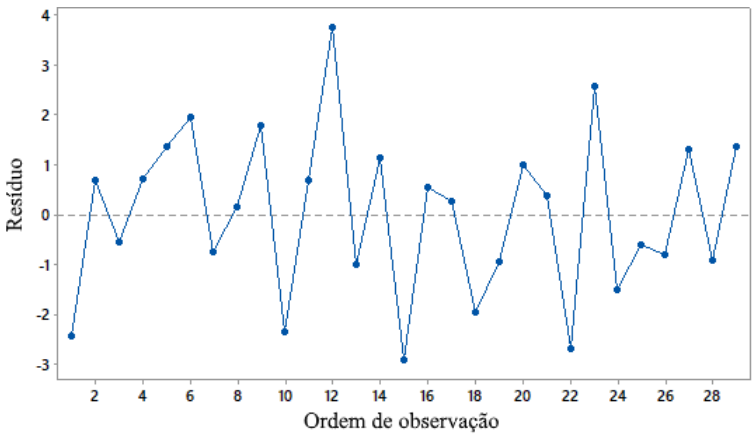


Figura 9: Resíduos x ordem

ISBN 978-65-86819-05-2

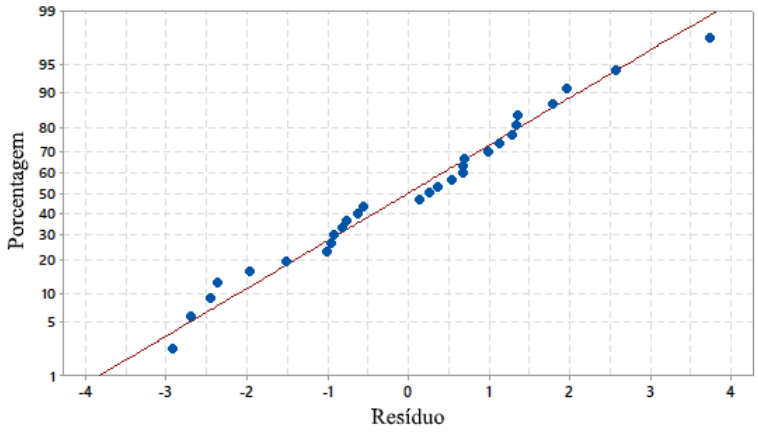


Figura 10: Probabilidade normal dos resíduos

Como observado na Figura 7 e Tabela 5, os valores previstos pelo modelo foram próximos aos valores observados, e obteve-se resíduos sempre inferiores a 2. O modelo apresentou um R^2 e R^2 ajustado próximos a 1, o que significa que aproximadamente 98% da variação na carga de ruptura é explicada pela variação dos dados de entrada. Além disso, o valor de *S* (raiz quadrada do erro quadrado médio) foi baixo quando comparado aos valores previstos de P_u. De acordo com a documentação do Minitab, *S* é medido nas unidades da variável de resposta e representa a variação de quão longe os valores dos dados estão da superfície de resposta verdadeira. Quanto menor o valor de *S*, melhor o modelo descreve a resposta.

Observando-se os gráficos das Figuras 8, 9 e 10, verifica-se que as condições para um bom ajuste foram atendidas. Portanto, pode-se dizer que a superfície de resposta encontrada se ajustou bem aos dados e pode ser utilizada para prever a carga de ruptura da viga em estudo.

Por fim, foi observada a influência de cada parâmetro de entrada na carga de ruptura da viga. Verificou-se que o valor da resistência P_u é diretamente proporcional a todos os parâmetros de entrada. Essas observações podem ser verificadas na Figura 11, enquanto na Figura 12 são apresentados os gráficos das interações entre as variáveis.

Pela análise dos gráficos das Figuras 11 e 12, as variáveis de maior impacto na carga de ruptura foram a resistência à compressão do concreto e a tensão de escoamento do aço. O módulo de elasticidade da fibra, embora também influencie na carga última, não possui tanta importância como as demais variáveis. Além disso, a altura útil parece ter sua influência reduzida à medida em que *d* é aumentado além de 45 cm. Observou-se ainda a influência das combinações entre variáveis e foi observado que a combinação de f_c e f_y é a mais determinante na resistência da viga.

Verificou-se um bom ajuste do modelo aos dados observados em cada *design point*. As variáveis de entrada do modelo foram capazes de explicar cerca de 98% da variação na carga de ruptura. A função obtida foi capaz de representar adequadamente a variação na carga de ruptura da viga, observando-se uma diferença máxima de 2% entre resultados pelo MEF e pelo modelo polinomial.

Desta forma, a superfície obtida pode ser utilizada para outras finalidades. Tomando como exemplo uma análise de confiabilidade, onde o número de simulações de Monte Carlo chegaria facilmente aos milhares devido à baixa probabilidade de falha da estrutura, conseguiu-se reduzir este número para apenas 29 simulações pelo MEF, o que demonstra a capacidade deste método de otimização.

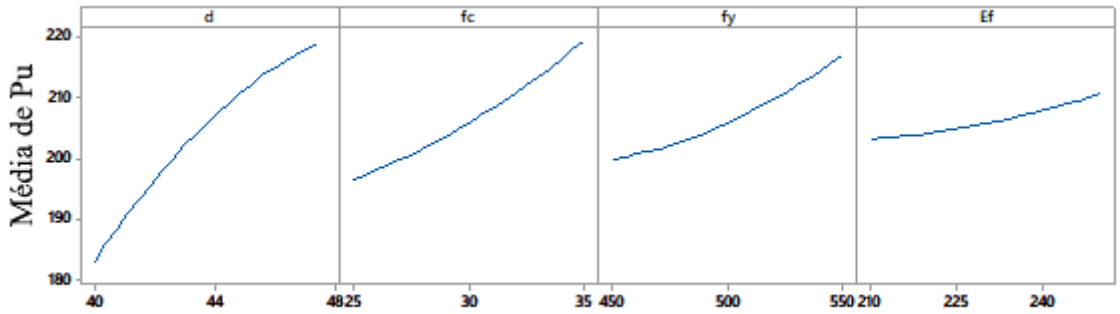


Figura 11: Influência das variáveis

ISBN 978-65-86819-05-2

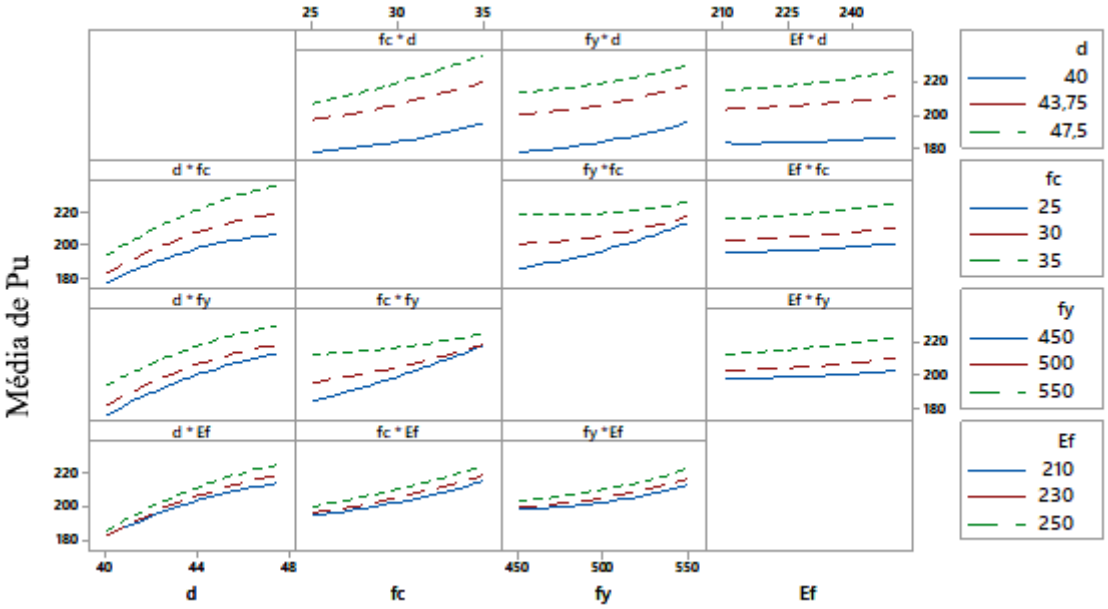


Figura 12: Interação entre as variáveis

5. CONCLUSÕES

Neste estudo foi realizada a modelagem em elementos finitos de uma viga de concreto armado reforçada com PRFC seguida da aplicação do Método da Superfície de Resposta. Por fim, foi obtida a função aproximadora da carga de ruptura do sistema. Algumas conclusões puderam ser tiradas.

a) O modelo em elementos finitos foi validado com dados experimentais e mostrou adequado funcionamento. Considerar o efeito da interface entre concreto-PRFC foi de fundamental importância, uma vez que o modo de ruptura da viga analisada foi o descolamento do reforço.
b) O modelo polinomial mostrou boa aproximação com os dados observados em cada design point. A função obtida foi capaz de representar adequadamente a variação na carga de ruptura da viga, podendo ser utilizada para diversos fins e reduzindo drasticamente o esforço computacional que seria empregado no caso de uma grande quantidade de simulações pelo MEF.
c) Foram verificadas as métricas da superfície de resposta encontrada e observou-se um bom ajuste, sendo que as variáveis de entrada do modelo foram capazes de explicar cerca de 98% da variação na carga de ruptura.
d) As variáveis de maior impacto na carga de ruptura foram a resistência à compressão do concreto e a tensão de escoamento do aço. O módulo de elasticidade da fibra, embora também influencie na carga última, não possui tanta importância como as demais variáveis.

Por fim, espera-se que a metodologia apresentada no presente estudo possa contribuir para futuras pesquisas sobre o tema, principalmente em análises de confiabilidade.

REFERÊNCIAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 440.2R: **Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures**. Farmington Hills, 2017.

ANDERSON, T. L. **Fracture mechanics: fundamentals and applications**. Boca Ratón: CRC Press, 2017.

ANG, A. H. S.; TANG, W. H. **Probability concepts in engineering planning and design, vol. 2: decision, risk, and reliability**. New York: John Wiley & Sons, 1984.

ANSYS INC. **ANSYS Mechanical APDL Material Reference [Manual], Release 15.0**. Canonsburg, 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

ISBN 978-65-86819-05-2

BALOMENOS, G. P.; GENIKOMSOU, A. S.; POLAK, M. A. **Investigation of the effect of openings of interior reinforced concrete flat slabs**. Structural Concrete, v. 6, n. 19, p. 1672-1681, 2018.

BARBOSA, P. R. O. **Análise probabilística de pilares de concreto armado através do método dos elementos finitos**. 2017. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS, Porto Alegre, RS, Brasil, 2017.

BEBER, A. J. **Comportamento estrutural de vigas de concreto armado reforçadas com compósitos de fibra de carbono**. 2003. Tese de Doutorado – Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS, Porto Alegre, RS, Brasil, 2003.

COHEN, M.; MONTELEONE, A.; POTAPENKO, S. **Finite Element Analysis of Intermediate Crack Debonding in FRP Strengthened RC Beams**. Canadian Journal of Civil Engineering, v. 45, n. 10, p. 840-851, 2018.

FANG, Y.; TEE, K. F. **Structural reliability analysis using response surface method with improved genetic algorithm**. Structural Engineering and Mechanics, v. 62, n. 2, p. 139-142, 2017.

FERREIRA, M. P.; OLIVEIRA, M. H.; LIMA NETO, A. F.; TAPAJÓS, L. S. **Influência da ancoragem na resistência à flexão de vigas reforçadas com mantas de PRFC**. Revista Alconpat, v. 9, n. 1, p. 30-47, 2019.

GHARAIBEH, M. A. **Reliability analysis of vibrating electronic assemblies using analytical solutions and response surface methodology**. Microelectronics Reliability, v. 84, p. 238-247, 2018.

JIANG, Y.; SUN, G.; HE, Y.; BEER, M.; ZHANG, J. **A nonlinear model of failure function for reliability analysis of RC frame columns with tension failure**. Engineering Structures, v. 98, p. 74–80, 2015.

KOHNEHPOOSHI, O. M. I. D.; JAAFAR, M. S. **Non-linear three dimensional finite elements for composite concrete structures**. Latin American Journal of Solids and Structures, v. 14, n. 3, p. 398-421, 2017.

KOLIOS, A.; DI MAIO, L. F.; WANG, L.; CUI, L.; SHENG, Q. **Reliability assessment of point-absorber wave energy converters**. Ocean Engineering, v. 163, p. 40-50, 2018.

LAZZARI, B. M.; CAMPOS FILHO, A.; LAZZARI, P. M.; PACHECO, A. R. **Using element-embedded rebar model in ANSYS for the study of reinforced and prestressed concrete structures**. Computers and Concrete, v. 19, n. 4, p. 347-356, 2017.

LEE, H. **Finite Element Simulations with ANSYS Workbench 18**. Mission: SDC publications, 2018.

LU, X. Z.; TENG, J. G.; YE, L. P.; JIANG, J. J. **Bond-slip models for FRP sheets/plates bonded to concrete**. Engineering Structures, v. 27, n. 6, p. 920-937, 2005.

MAKKI, M. M.; AHMED, B.; CHOKRI, B. **Reliability prediction of the stress concentration factor using response surface method**. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, v. 94, n. 1-4, p. 817-826, 2018.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. **Applied Statistics And Probability For Engineers**. Hoboken: John Wiley & Sons, 2007.

PIVATTO, A. B. **Análise experimental e computacional de vigas biapoiadas de concreto armado reforçadas com CRFC**. 2017. Dissertação de Mestrado – Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Curitiba, PR, Brasil, 2017.

ROY, A. **Efficient reliability analysis of concrete structures on the basis of non-linear finite element analysis under numerical noise**. Tese de Doutorado – Delft University of Technology, Delft, Países Baixos, 2019.

SHI, Y.; STEWART, M. G. **Spatial reliability analysis of explosive blast load damage to reinforced concrete columns**. Structural Safety, v. 53, p. 13-25, 2015.

ISBN 978-65-86819-05-2

SILVA, V.; ROUBOA, A. **Optimizing the gasification operating conditions of forest residues by coupling a two-stage equilibrium model with a response surface methodology**. Fuel Processing Technology, v. 122, p. 163-169, 2014.

WANG, X.; YANG, Z.; JIVKOV, A. P. **Monte Carlo simulations of mesoscale fracture of concrete with random aggregates and pores: a size effect study**. Construction and Building Materials, v. 80, p. 262-272, 2015.

WILLAM, K. J.; WARNKE, E. D. **Constitutive Model for the Triaxial Behavior of Concrete**. Proceedings, International Association for Bridge and Structural Engineering, v. 19, p. 174, 1974.

ZHANG, D.; WANG, Q.; DONG, J. **Simulation study on CFRP strengthened reinforced concrete beam under four-point bending**. Computers and Concrete, v. 17, n. 3, p. 407-421 2016.